LA PERSPECTIUA, Y ESPECULARIA DE EUCLIDES. TRADUZIDAS EN VULGAR...

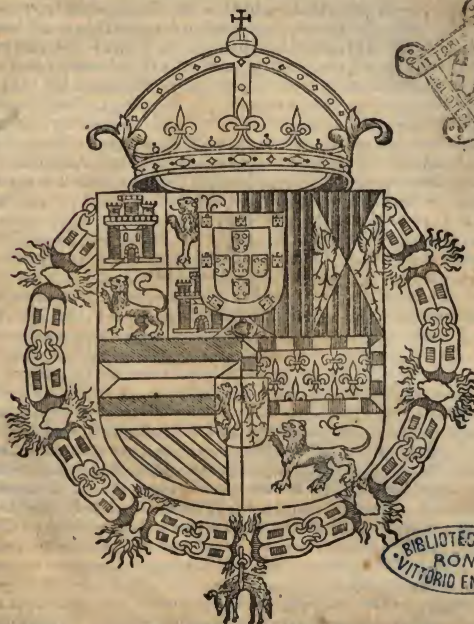
Euclides, Pedro Ambrosio Onderiz




BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
19 M
37

LA PERSPECTIVA, Y ESPECVLARIA DE Euclides.

Traduzidas en vulgar Caſtellano, y dirigidas a la S. C. R. M. del Rey don Phelippe nueſtro Señor. Por Pedro Ambroſio Onderiz ſu criado.



EN MADRID.

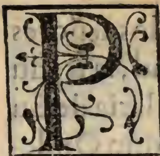
En caſa de la viuda de Alonſo Gomez.

Año. M. D. LXXXV.

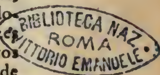


B

EL REY.



POR quanto por parte de vos Pedro Ambrosio Ondeiz nuestro criado, nos fue fecha relacion que por auer ordē nuestra, que en nuestra corte se leyessen las Matematicas en lengua Castellana, y estar os a vos cometido por vna nuestra cedula el traduzir libros para este effecto, auiades traduzido agora vno intitulado la Perspectiua, y Especularia de Euclides. Y nos suplicastes os mandassemos dar licencia para lo poder imprimir, y Priuilegio para que por tiempo de veynte años ninguno le pudiesse imprimir sino fuessedes vos, o como la nuestra merced fuesse. Lo qual visto por los del nuestro consejo, y como por su mandado se hizieron las diligencias que la pregmatica por nos hecha sobre la impression de los libros dispone. Fue acordado que deuiamos demandar dar esta nuestra cedula para vos enla dicha razon, y nos tuuimos lo por bien. Y por la presente, por os hazer bien y merced, os damos licencia y facultad para que por tiempo de diez años que corran y se quenten desde el dia de la data desta nuestra cedula, vos o la persona que vuestro poder ouiere podays imprimir e vender el dicho libro que de suso se haze mencion. Y damos licencia y facultad aqualquier impressor destos nuestros reynos que vos nombraredes para que por esta vez lo pueda imprimir, cō que despues de impresso antes que se venda lo traygays al nuestro consejo juntamēte con el original que enel se vio, que va rubricado y firmado al cabo de Pedro del Marmol nuestro escriuano de camara de los que enel nuestro consejo residen para que se vea si la dicha impression esta conforme a el, o traygays fe en publica forma en como por corrector nombrado por nuestro mandado se vio y corregio la dicha impression por el dicho original y se imprimio conforme a el, y que quedā assi mismo impressas las erratas por el apūtadas para cada vn libro de los que assi fueren impressos, y se os tasse el precio que por cada volumen ouieredes de auer. Y mandamos que durāte el dicho tiempo persona alguna, sin vuestra licēcia no lo pueda imprimir ni vender, sopena que el que lo imprimiere aya perdido e pierda todos y qualesquier libros, moldes e aparejos que del dicho libro tuuiere, y mas incurra en pena de cinquēta mil marauedis, por cada vez que lo contrario hiziere La qual dicha pena sea la tercia parte para el juez que lo sentenciare, y la otra tercia parte, para la persona que lo denunciare, y la otra tercia parte para nuestra camara. Y mandamos alos del nuestro consejo Presidentes e oydores de las nuestras audiencias, alcaldes, alguaziles de la nuestra casa y corte, e chancillerias, y a todos los corregidores Assistente Gouernadores Alcaldes mayores e ordinarios, e otros juezes e justicias qualesquier de todas las ciudades, villas, y lugares delos nuestros reynos y señorios, assi alos que agora son, como alos que seran de aqui adelante que vos guarden e cumplan esta nuestra cedula e merced que assi vos hazemos, e contra el tenor e forma della, ni de lo en ella contenido non vayan, ni passen, ni consientan yr ni passar, por alguna manera, sopena de la nuestra merced, y de diez mil marauedis para la nuestra camara. Dada en Sant Lorenço, a quinze dias del mes de Septiembre de mil y quinientos y ochenta y quatro años.



YO EL REY.

Por mandado de su Magestad. Antonio de Erasso

HE visto por mandado de los señores del consejo de su Magestad, la tradu ciō de la Perspectiua, y Especularia de Euclides, hecha por Pedro Ambrosio Onderiz criado de su Magestad. Y digo q̃ allende de ser muy conforme al verdadero sentido del autor, es muy clara y propria. Por lo qual juzgo que sera cosa muy prouechosa para los que no entienden Griego, si se imprimiere. Fecha en Madrid a los 21. de Deziembre. 1584.

Fernando Paterno.
de la compañia de Iesus.

AL LECTOR.


ESPVES que el Architecto del mundo huuo fabricado eſta caſa vniuerſal, la qual deſde ſu eternidad tenia traçada enſu diuina idea. Luego crio la luz, y en criando el hombre, le puſo en medio de toda ella, para que aſsi como en lo eſpiritual veya con el entendimiento, mediante la luz de ſu gracia, lo que eſta en el cielo Impireo, aſsi en lo corporal vieſſe con los ojos, mediante la luz, que aca crio, todo lo que abarca el cielo, lo qual hizo el hombre en ſiendo criado, porque luego ſe ocupo en mirar el deleytoſo parayſo, donde ſu hazedor le auia apoſentado. De donde ſe infiere la excelencia, y nobleza de la viſta, porque ſi bien ſe conſidera, no pudierã tambien los hõbres raſtrear algo delo innumerable que ay en Dios, ſi deſpues que quito el chaos, y repartio las coſas criadas porſus lugares, no criara eſtas dos puriſsimas lamparas con que ſe diſtinguieran las vnas de las otras, y aunque las crio no pudiera el hombre verlas, ſi tambien no puſiera en el otras dos, para que mediante aquellas gozara con la viſta, de la marauilloſa labor deſta caſa, y con tener todo eſto le falta mucho al hombre que carece dela ſciencia que en el ver ay, porque ella le engaña, haziendole que muchas vezes le parezca lo que realmente no es. De donde nace que aſsi como en las demas coſas, la ignorãcia de los hombres les haze atribuyr muchas coſas que naturalmente ſe puedẽ hazer a ſobre naturales, aſsi el que ignora eſta, las grãdes marauillas que enſi tiene le amedrantan, como ſi fueſſen impoſsibles a la potencia humana ſiendole connaturales, aun que tienen

nen en

en si tantos secretos, que ya que por auer perdido el hõbre aquel arte general con que baxaua discurriẽdo por todo. Vuo de inuẽtar nueuos particulares, de cinco sentidos que Dios le auia dado, inuento nueua sciencia para los dos dellos. La armonica, o musica, para el oydo, y la optica, o perspectiua para la vista, y con gran razon cierto, porque dexada a parte la musica, que harto la engrandecen los Poetas, con fingir que Arion, Amphion, y Orpheo mouian los animales aquaticos, y terrestres, y las duras piedras. La Perspectiua, aunq̃ no mueue los irracionales, a lomenos a los hombres que la ignoran, los buelue como irracionales de espanto, y a los que la saben les auiua mas la razon, y subtiliza el entendimiento. Demanera que juzgan las mesmas cosas por tales quales ellas son, y los engaños que en ella se ofrecẽ la mesma sciencia se los descubre. Por donde cõ gran razon deue ser muy estimada, porque si en alguna se juntaron, lo gustoso y prouechoso fue en esta. Pues en ella da grãdissimo gusto, ver vna qualquier figura representarse enel ayre, y vn exercito que esta muy lexos, verlo como delante de los ojos, y abrasarse vna flota sin fuego, y sacar fuego del agua, y otros grandes milagros de naturaleza. Es tambien prouechosa, porque ella descubrio la materia, numero, y orden de los cuerpos celestes. Los milagros de la Iris, el mouimiento, lugar y numero de los elementos. Della como muy necessaria se aprouecha el phisico, con ella escudriña sus secretos, el Astronomo, della se ayuda el Geographo, para descriuir la tierra en la forma plana que quiere. Ella descubre mil engaños de la vista, forçandonos aque creamos, que lo que muchas vezes nos parece grande sea peque-

no, y

ño. Y lo q̃ nos parece recto sea curuo, lo plano solido, lo que parece baxo, sea leuantado, lo concauo sea cõuexo, y lo que parece tortuoso, sea derecho. Por esta salimos de la difficultad que tenemos en saber la razon que ay para que algunas lumbres en noche tempestuosa andẽ vagando, a manera de aues, ora dos, ora tres, y chirlẽ como si tuuieran voz, pareciẽdonos de diuersas colores, esta desatemoriza los nocturnos caminantes si en el camino les sale al encuentro algun fuego leuantado en el ayre. El qual ha sido ocasiõ a que muchos huyendo del se han precipitado, entendiendo ser (como dize el vulgo) algo de la otra vida. Esta haze que no se espanten los que ven en el ayre hombres armados, escudos sangrientos, tres soles, fuegos encẽdidos. Esta va ya desengañando a los marineros en q̃ no todas vezes juzguen ser Santelmo, el fuego que en las gauias se les pega, y a que tambien no se atemorizen, los que ven su mesma imagen representarseles delante en el ayre lo qual suele de noche acontecer a los que tienẽ la vista flaca, el q̃ esta supierẽ no dexara de creer que se puede fabricar vn espejo donde se vean ciento o mas imagines baylãdo, y que otro espejo se puede poner en tal parte, q̃ dentro del se vea lo que se haze en todo aquel barrio, y dẽtro de las casas de los vezinos, y que otro se puede hazer, de tal manera que mirandose en el vn hombre, no vea mas de vn ojo solo de los suyos, y otro tambien dõde vn hombre vea su imagen yr bolando, todo lo qual es razon euidente, por donde se entiende que el que careciere de la Optica, tomara lo falso por verdadero, y tẽdra temor a lo que no tiene que temer. Esta es pues la que tenemos entre manos. La qual yo he traduzido

en len-

en lenguā vulgar quan fielmente pude, arrimandome al antiguo exemplar en q̄ Euclides excelentissimo geometra la compuso, y la razon que huuo para hazerlo fue que como su Magestad ordeno que en esta su corte se leyessen las Mathematicas en lengua Castellana, trayẽdo para ello a Ioan Baptista Lauaña, por ser eminente en ellas, fue necessario traduzirse este libro en Romance, por auerse de leer, y è lo yo hecho por estar me cometido ami por ordẽ de su Magestad el sacar libros para esta nueua Academia. Lo qual me mouio a poner en este, como lo hare en los demas la diligẽcia possible. Y para mayor claridad suya se hā dexado muchas delas figuras del mesmo autor, poniendo las mesmas en Perspectiua y en esto no tendre que escusarme, pues la ventaja q̄ para entenderle se haze, me seruira de escusa bastāte, con todos los que lo entendieren. Reciban lo pues con la voluntad que se les offrece, o con aquella que el Rey nuestro señor tiene de aprouechar a los que de sus vassallos se afficionaren à estas diciplinas, que siendo assi, cada dia sacaremos libros nueuos, assi para los que dellos tuuieren necessidad forçosa, como para los que no teniendola, quisieren emplear el tiempo, en cosas dignas desi mesmos.

TASSA.

YO Miguel de Ondarça çauala secretario del Consejo de su Magestad, doy fee, que los señores del dicho Consejo de pedimiento y suplicacion de Pedro Ambrosio Onderiz, tassaron vn libro intitulado Perspectiua, y Especularia, que con licencia de su Magestad imprimio, a tres marauedis y medio cada pliego en papel, y al dicho precio y no más, mandaron q̃ se venda. Y que primero que se venda ningun libro, se imprima esta tassa en la primera hoja de cada volumẽ. Y para que dello conste, de pedimiento del dicho Pedro Ambrosio, y mandamiento de los dichos señores, di la presente firmada de mi nõbre. En la villa de Madrid a veynte y vno de Henero, de mil y quinientos y ochenta y cinco Años.

Miguel de Ondarça çauala.

ERRATAS.

Hoja.	Plana.	Linea.	Por	Diga.
			Preambulos.	
3.	i.	15.	tambien.	tan bien.
			Obra.	
8.	1.	22.	que angulo.	que el angulo.
43.	2.	20.	ygual angulo.	ygual al angulo.
46.	2.	12.	angulo.FAC.	angulo.FCA.
54.	2.	18,	angulo.FHA.	angulo. EHA.

En Madrid a catorze de Enero de mil y quinientos y ochenta y cinco Años.

Iuan Vazquez del Marmol.

TASSA.

YO Miguel de Ondarça çauala secretario del Consejo de su Magestad, doy fee, que los señores del dicho Consejo a pedimiento y suplicacion de Pedro Ambrosio Onderiz, tassaron vn libro intitulado Perspectiua y Especularia, que con licencia de su Magestad fue impresso, a tres marauedis y medio cada pliego en papel; al dicho precio y no a mas mandaron que se venda. Y que primero que se venda el dicho libro se imprima esta tassa en la primera hoja de cada volumen. Y para que dello conste, de pedimiento del dicho Pedro Ambrosio, y de mandamiento de los dichos Señores, di la presente firmada de mi nombre. En la villa de Madrid a veynte y vno de Henero, de mil y quinientos y ochenta y cinco Años.

Miguel de Ondarça çauala.

ERRATAS.

Hoja.	Plana.	Linea.	Por	Diga.
			Preambulos.	
3.	1.	15.	tambien.	tan bien.
			Obra.	
8.	1.	22.	que angulo.	que el angulo.
41.	2.	21.	ygual angulo.	ygual al angulo.
45.	2.	12.	angulo.FAC.	angulo.FCA.
54.	2.	18.	angulo.FHA.	angulo.EHA.

En Madrid a catorze de Enero de mil y quinientos y ochenta y cinco Años.

Iuan Vazquez del Marmol.

F

A la S. C. R. M. del Rey don Phelippe nueſtro Señor.



Oſa acoſtumbrada es. C. R. M. quando vn ſeñor ha plantado algun deleytoſo jardin, q̃ aquellos que le cultiuan le preſenten las primeras flores del, aſsi para deleytarle con aquello q̃ el puſo de ſu mano, como para ponerle confiança q̃ a ſu tiẽpo tambien lleuara el fruto qual el lo deſſea. Yo ni mas ni menos ſiguiẽdo eſta loable coſtũbre me parecio preſentar a V. M. eſte nueuo libro, q̃ ſon las primeras flores q̃ ha produzido eſte jardin de letras q̃ V. M. a plantado en eſta ſu corte. V. M. lo acepte como coſa ſuya, cõfiando que auiendo quiẽ le cultiue, lleuara adelante muy abundante fructo, aſsi para el ſeruicio de V. M. como para el aprouechamiento de ſus Reynos, para cuya conſeruacion y augmento, nueſtro ſeñor nos guarde a V. M. como todos deſſeamos.

Humilde criado y vaſſallo de V. M.
Que ſus Reales manos beſa.

Pedro Ambroſio Onderiz.

PROLOGO DE LA perſpectiua.



EMOSTRANDO Vn docto las coſas tocantes, a la viſta, cuyo guſto y contento, a muchos auian induzido a tratar dellas. Hallò por razones euidentes que toda luz viene por linea recta. En confirmacion de lo qual traya por principal argumẽto las ſombras hechas de los cuerpos, y los rayos que paſſan por las ventanas y aberturas. Ninguno de los quales, hiziera lo que vemos q̃ haze, ſi los rayos que ſalen del Sol, no vinieran por linea recta. Dezia anſi meſmo, que los rayos embiados de eſtos nueſtros luminoſos, ſon cauſa q̃ los cuerpos oppueſtos a ellos en parte ſean alumbrados, y en parte hagan ſombras, ora iguales a los meſmos cuerpos, ora mayores, ora menores que ellos. Y que aquellos cuerpos hazen las ſombras iguales a ſi meſmos, los quales ſon tambien iguales a los meſmos luminoſos q̃ los alumbran, porq̃ en ellos los vltimos rayos vienẽ a ſer equidiſtãtes, auiẽdo ſe entre ſi de tal manera que ni concurriendo diſminuyen la ſombra, ni enſanchandoſe la augmentan. Si no que tal qual es el meſmo cuerpo tal medida de ſombra cõſeruan los meſmos rayos. Y que entonces las ſombras ſon menores que los meſmos cuerpos quando los luminoſos q̃ los alumbran ſon mayores que ellos, porque como los rayos vltimos

mos vienen a concurrir, vienen tambien a hazer la ſom bra menor. Y que en tal punto las ſombras ſon mayores que los meſmos cuerpos quãdo los luminoſos que los alũ bran ſon menores que ellos. Porque en eſtos ſe dilatan los rayos, de tal manera que vienen a hazer mayor la par te de la ſombra. Todo lo qual en ninguna manera ſucediera ſi los rayos que el fuego embia no vinieran por linea recta. Lo qual tambiẽ mas claramente ſe puede aueriguar con otros effectos, porque ſi delante de vna candela encendida puſieremos vna tabla que tenga en medio vna hendedura hecha con vna ſubtil ſierra, de tal manera que la tal hendedura eſte en derecho de la mitad de la candela, y de la otra parte de la tabla puſieremos junto a ella, otra tabla en que hiera el rayo que paſſa por la hendedura, hallaremos que el rayo que entra por la hendedura de la primera tabla, y da en la ſegunda tabla, es contenido de lineas rectas. Y que tambien eſta en vna meſma linea recta el rayo que ſaliendo de la mitad de la candela ſe junta con la hendedura de la tabla. Por lo qual ſiẽdo manifieſto a todos q̃ toda qualquier luz viene por linea recta, les ſera tambien manifieſto que los rayos que ſalen del ojo corren con la meſma razon viniendo tambien por linea recta, aunque de tal manera que entre vno y otro rayo ay alguna diſtancia. De donde inferia el, que qualquier coſa que ſe mira no ſe vê toda juntamente, trayendo para ello eſta razon, que cayendoſe en el ſuelo vna aguja, o otro pequeño cuerpo y buſcandolo muchos con diligencia acontece muchas vezes no poderlo hallar, con no auer impedimẽto alguno que eſtorue el tal cuerpo para que dexe de ſer viſto, y deſpues poco a poco fixando los ojos en el lugar donde eſta ven la meſ-

ma aguja. De lo qual se manifiesta que no pudiendose ver el tal cuerpo que tampoco se vê el lugar donde esta, y por esto el ojo no puede ver juntamente todas las partes del lugar que mira, porque si pudiera ver las, viera tambien el aguja que buscaua, y no por esto la vê. Ni mas ni menos affirmaua que los que con cuydado estan leyendo no pueden ver juntamẽte todas las letras que en vna plana estan escriptas, y que siendo forçados muchas vezes a buscar algunas de las tales letras, acontece no poder las hallar, lo qual sucede porque los rayos visuales no van a todas las letras, ni estan juntos, ni continuos, entre si. Sino q̃ entre vno y otro ay alguna distancia, y esta es la causa por donde no se pueden ver muchas de aquellas letras escriptas por orden. Dedonde se infiere que no se puede ver jũtamẽte todo el lugar de la plana, y esto messmo sucede en otra qualquier cosa visible, por donde las cosas que se miran no se pueden ver todas juntamente, y si parece que se ven, es porq̃ los rayos visuales se mueuen con tanta presteza que no dexan nada que no toquẽ. Pero aquello que dizen muchos que la especie de la cosa que se mira sale della y va al ojo, para que mouido el ojo con ella, pueda ver la tal cosa, lo refutaua poniendo esta duda en aquel que busca el aguja que se le ha caydo, y el otro que con gran atencion esta leyendo, porque podria dezir se, que si el ver, se haze por las especies que salen de la cosa visible y van al ojo, y de todos los cuerpos salen especies que mueuen nuestros sentidos a que vean, como puede ser q̃ aquel que busca el aguja no la vea, y el otro que con gran atencion esta leyendo no vea todas las letras de vna plana. Y si dizen que esto sucede porque aquellos que estan mirandõ estan diuertidos en otras co

ſas, tambien muchas vezes quando eſtan muy atẽtos buſcando alguna coſa no la hallan, y otras vezes quando eſtan parlando con otros, y diſtraydos en otras coſas ſuelen hallarla. Mas a eſto diran tambien que no todas las eſpecies delas coſas que ſe miran van al ojo? Pues veamos que razon ay para que las vnas vayan y las otras no. Dezia vltra deſto que la naturaleza auia hecho en los animales inſtrumẽtos para que ſintieſſen, de tal manera que vnos fueſſen acomodados a recebir en ſi, y otros no, porque el oydo, y el guſto, y el olfacto los hizo huecos por dedentro para que pudieſſen acoger enſi los cuerpos que vinieſſen de afuera a mouer los meſmos ſentidos, por dõde la voz acomodandoſe al oydo tiene neceſsidad de hallar vn lugar apto para detenerſe algo, porque ſi luego q̃ llega ſe partieſſe dexaria el ſentido ſin auerlo mouido, y la meſma voz confuſa, por la meſma razon hizo la naturaleza el inſtrumento del olfacto hueco. Pues de el del guſto no ay que tratar, que al fin todos eſtos ſentidos, los hizo, la naturaleza huecos, y a manera de cauernas, para que los cuerpos que a ellos vinieſſen, pudieſſen detenerſe algo. Por lo qual ſi los cuerpos que mueuẽ la viſta vinieſſen al ojo, y el ojo no embiaſſe rayos a ellos. conuenia que la forma del ojo fuera hueca, para q̃ fueſſe mas acomodada a recebir en ſi qualeſquier eſpecies, lo qual es al contrario, pues el ojo parece ſer eſpherico, eſtas coſas le parecieron a el ſer baſtantes para probar que los rayos que mueuen a ver nueſtro ſentido, ſon los que ſalen del ojo y van a la coſa que mira, y para demoſtrar anſi meſmo que las circumferencias pueſtas en vna meſma ſuperficie cõ la viſta parecen lineas rectas, traya eſtas razones, diziendo que porque el ojo que eſta enel meſmo plano

que

que la cosa que mira esta de tal manera situado, que ni esta mas alto ni mas baxo que la tal cosa (por que esto es estar en el mesmo plano que ella) seguir se ha que el ojo que ni esta mas alto ni mas baxo que la circumferencia descripta en el mesmo plano echara los rayos, no mas altos hazia las vnas partes de la circumferencia, ni mas baxos hazia las otras, sino que embiara todos estos rayos tirados por el mesmo plano igualmente hazia todas las partes de la circumferencia: lo qual es causa para que el plano en que esta el ojo parezca linea recta, y ni mas ni menos la circumferencia descripta en el mesmo plano, porque el plano que junto al ojo se pone a manera de linea recta, este no se puede ver, por no caer en el ninguno de los rayos que salen del ojo, pero su extremidad se vê que es linea recta. Y esto dezia, porque esta linea oppuesta al ojo, estoruando las demas partes del plano, impide que el plano no se vea, y la mesma razon que fuerça a que el plano puesto junto al ojo parezca linea recta, haze que entre las circumferencias que estan en el mesmo plano q̃ el ojo, parte, parezcan mayores, quando mas rayos visuales se applican a ellas, y parte iguales, quando son iguales estos rayos, y parte parezcan menores, quando aquellos angulos, como de rayos, que se hazen junto al ojo son menores.

SVPPOSICIONES.

1.

Suppongase que los rayos que salen del ojo van por linea recta, y que entre si estan apartados con alguna distancia.

2.

Y que la figura comprehendida de los ra yos viſuales es vn cono, cuya puncta eſta en el ojo, y la baſa en las extremidades de las coſas viſtas.

3.

Aquellas coſas ſe ven donde los rayos viſuales llegan.

4.

Aquellas coſas no ſe ven donde los rayos viſuales no llegan.

5.

Las coſas que ſe miran debaxo de mayor angulo parecen mayores.

6.

Las coſas que ſe miran debaxo de menor angulo parecen menores.

7.

Las coſas que ſe miran debaxo de igual an gulo parecen iguales.

8.

Las coſas que ſe miran debaxo de rayos mas altos parecen mas altas.

9.

Las cosas que se miran debaxo de rayos mas baxos parecen mas baxas.

10.

Las cosas que se miran con rayos que doblan mas a mano derecha, parecen mas derechas.

11.

Las cosas que se miran con rayos que doblan mas a mano izquierda, parecen mas izquierdas.

12.

Las cosas que se miran debaxo de mas angulos, se ven mas distinctamente.

Supponganse estas cosas para demostrar los Theoremas siguientes

AL LECTOR.

ADuertira el lector que la claridad deste libro, a escusado los escholios q̃ en otros suele auer, porque aunque vã algunos son los mesmos que estan en el exemplar Griego, solo se han puesto en las margenes las proposiciones con que se prueua la demostracion. Las quales no estan sino muy raras, ansi en el Griego exemplar deste libro, como en otros, tocantes a Mathemathicas, porque los antiguos trabajauan, mas en ellas que nosotros, y tenian las mas en la memoria,

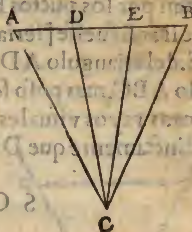
ria, y anſi donde quiera que en eſte libro ſe viere eſta ſeñal †. ſe ha de ocurrir a buſcar la meſma ſeñal. †. en la margen porque con ella eſta eſcripta la propoſicion, por dõde aquello ſe demueſtra, como ſi ſe viere eſta ſeñal. †. y en derecho della en la margen otra ſeñal. †. y tras ella eſcripto. 16. 3. el. Entiendeſe que aquello ſe prueua por la. 16. propoſicion del lib. 3. de los elementos de Euclides, anſi que el primer numero mueſtra la propoſicion ò diffinicion que es, y el ſegũdo de qual libro es de los elementos de Euclides, mas quando ſe viere. †. 3. Th. entiendeſe que es por el. 3. theorema de aqueſte libro, ni mas ni menos quando ſe viere en la perſpectiua ò eſpecularia. 5. ſuppoſicion, entiendeſe por la. 5. ſuppoſitiõ de aqſte libro, los eſcholios de lo Griego hemos notado deſta manera, que en la margen ſe pone la meſma ſeñal. †. cõ vna letra. A. ò B. la qual reſponde a otra ſeñal que eſtà en la demoſtracion, y deſpues adelante ſe pone otra A. ò. B. con la meſma ſeñal. †. Y enfrente della eſta el eſcholio, como ſe vê en el. 2. theorema deſte libro. Uale.

THEO-

THEOREMA
1.

Ninguna cosa visible se vê toda juntamente.

SEA la cosa visible. AB. y el ojo sea C. del qual salgan los rayos visuales CA. CD. CE. CB. y porque los rayos visuales que salen del ojo van con alguna distancia entre si † luego no caeran cõtinuos sobre AB. por lo qual abra en AB. algunas distancias donde no llegan los rayos visuales. Y ansi por esto toda la cantidad AB. no se vera juntamente, mas parece que se vê por la velocidad con que salen los rayos visuales.

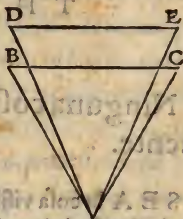


† 1. *suposic.*

THEOREMA
2.

Entre las grandezas iguales que estan apartadas entresi, las que estan mas cerca del ojo, se vên mas distinctamente.

SEA el ojo A. y las grãdezas viſibles B C. D E, las quales ſean iguales y paralelas, y eſte B C. mas cerca del ojo, y ſalgã los rayos viſuales A B. A C. A D. A E. no diremos pues q̃ eſtos rayos viſuales q̃ van deſde el ojo A. a la grandeza D E. paſſan por los pũctos B C. por

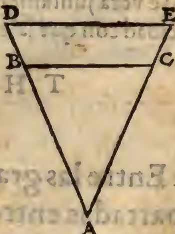


†. A. que ſi anſi fueſſe † ſeria el lado DE. del triangulo A D E. mayor q̃ el lado B C. del triangulo A B C. mas puſo ſe igual a el: por lo qual B C. ſe vera cõ mas rayos viſuales que D E. † y anſi B C. ſe vera mas

†. 12. ſupoſic. diſtinctamente que D E. †.

SCHOLIO.

†. A. †QVE D E. ſea mayor q̃ B C. ſi los rayos viſuales A D. A E. paſſan por los pũctos B C. ſe demoſtrara anſi, ſea como en el preſente triangulo, donde porque las lineas rectas A D. A E. caen ſobre las lineas rectas paralelas D E. B C. ſeran los angulos A D E. A E D. iguales a los angulos



†29. p. elem. A B C. A C B. † y anſi los triangulos A B C. A D E. ſeran equiangulos, y por eſto ſera como

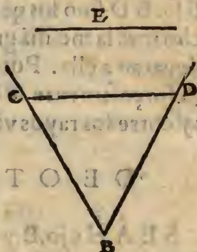
† 4. 6. elem. A D. a D E. anſi A B. a B C. † y alternadamente como A D

† 16. 5. elem. a A B. anſi D E. a B C. † y es A D. mayor que A B. luego tambien D E. ſera mayor que B C.

THEOREMA 3.

Cada coſa viſible tiene vna determinada longitud de diſtancia, la qual paſſada no ſe vê mas.

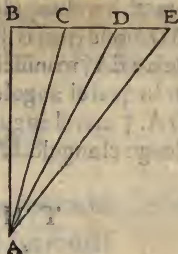
SEA el ojo B. y la coſa viſible CD. digo q̃ CD. puede apartarſe a tal diſtancia donde no ſe vea mas, eſte CD. en la diſtancia q̃ ay entre los rayos viſuales, y ſobre ella eſte E. luego ningũo delos rayos viſuales que ſalen del ojo B. llega a E. mas aquellas coſas no ſe vên donde no llegan los rayos viſuales. † Por lo qual cada vna coſa viſible tiene vna determinada longitud de diſtancia, la qual paſſada no ſe vê mas: pero cõuiene que entre la coſa viſible y el ojo aya alguna diſtancia: porque de otra manera no ſe ueria. †. 4. *ſupoſic.*



SCHOLIO.

Entre las distancias iguales puestas sobre vna mesma linea recta, las que se miraren de mas lexos pareceran menores.

SEAN las distancias iguales B C. C D. D E. y el ojo sea A. del qual salgan los rayos visuales A B. A C. A D. A E. y este A B. en angulos rectos sobre B E. y porque en el triangulo rectangulo A B E. son iguales B C. C D. D E. †. sera el angulo B A C. mayor que el angulo C A D. y el angulo C A D. mayor que el angulo D A E. luego mayor parecera B C. que C D. y C D. que D E. †.

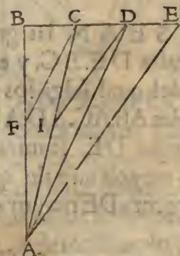


†. A.

†. 5. *suposic.*

SCHOLIO.

†SEA el triangulo A B E. que tenga recto el angulo. B. y sean iguales B C. C D. D E. y tirense C A. D A. digo que el angulo B A C. es mayor que el angulo C A D. y el angulo C A D. mayor que el angulo D A E. tirese por el puncto. C. la linea recta C F. para lela a D A. †. luego sera como D C. a C B. ansi A F. a F B. †. mas D C. es igual a C B.



†. A.

†. 31. 1. *elem.*

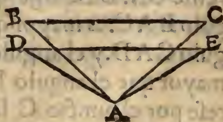
†. 2. 6. *elem.*

luego tambien A F. ſera igual a F B. y porque el angulo
† 19.1.elem. B. es recto ſera F C. mayor que F B. † mas F B. es igual a
F A. luego F C. mayor ſera que F A. y por eſſo el angulo
† 18.1.elem. F A C. ſera mayor que el angulo F C A. † mas el angulo
† 29.1.elem. F C A. es igual al angulo C A D. por ſer coalternos † lue
go tambien el angulo F A C. ſera mayor que el angulo
C A D. tireſe demas deſto por el puncto D. la linea D I. pa
† 31.1.elem. ralela a E A † manifieſto eſta pues que D I. es mayor q̃ I A.
por lo qual el angulo I A D. ſera mayor que el angulo
† 18.1.elem. I D A. † mas el angulo I D A. es igual al angulo D A E.
† 29.1.elem. † luego el angulo. I A D. mayor es que el angulo D A E.

T H E O R E M A 5.

Las grandezas iguales que deſigualmente eſtan apartadas parecen deſiguales, y ſiẽpre parecẽ mayor la que eſta mas cerca del ojo.

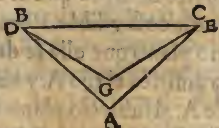
S E A N las grandezas iguales D E. B C. y el ojo ſea A, del qual ſalgã los rayos viſuales A B. A C. A D. A E. † pues porque D E. ſe mira debaxo de mayor angulo que B C. parecera D E mayor que B C. †



† A.
† 5. ſupoſic.

S C H O L I O.

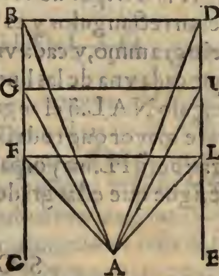
†LA grandeza DE. se mira debaxo de mayor angulo que BC. porque juntadas DE.BC. demanera q̃ B. cayga sobre D, y C. sobre E. y siendo las dos lineas AB. AC. mayores que GD. GE. caera el triangulo GDE. dentro del triangulo ABC. y sus lados contendran mayor angulo por la.21. del primero. †.1.



THEOREMA 6.

Las distancias paralelas miradas desde lexos, parecen de desigual latitud.

SEAN las distancias paralelas BC. DE. y el ojo sea A. digo que BC. DE. parecen de desigual latitud. Y que siẽpre la distãcia que esta mas cerca parece mayor q̃ la mas apartada, salgan los rayos visuales AF. AG. AB. AD. AI. AL. y tirẽse las lineas rectas. LF. IG. DB. y porque el angulo FAL. es mayor q̃ angulo GAI. luego mayor parece la linea recta FL. que GI. † y por esso mesmo la linea recta GI. parece mayor q̃ la recta BD. de dõde se sigue q̃ estas distancias no parecen paralelas, sino q̃ se van juntando con desigual latitud. Por lo qual las distãcias paralelas miradas desde lexos parecẽ de desigual latitud, desta manera se demostrara lo propuesto †.5. suposi.



pueſto ſiempre que el ojo eſtuuiere enel meſmo plano que la coſa viſible. Pero ſi el ojo no eſtuuiere en el meſmo plano que ella ſe demoſtrara anſi ſea el ojo A. y tireſe deſde A. al ſubjecto plano la perpẽ-
†.prop.11.el dicular A M. †y de M.a F L. tire ſe la perpẽdicular M N. y eſtiendaſe haſta P. y ſalgan los rayos viſuales A B. A G. A F. A D. A I. A L. y junteñſe A N. A O. A P. y porque del puncto A. pueſto en alto ſe ha tirado al puncto N. la linea recta A N. luego ſera per-
†.A. pendicular a L N. †y ſemejantemẽte lo ſera A O. a G I. y A P. a B D. por dõde los triangulos A N L. A O I. A P D. ſeran rectangulos y es O I. igual a N L. por ſer N I. paralelo grammo, y cada vna de las lineas O A. A I. es mayor que cada vna de las lineas N A. A L. luego mayor es el angulo N A L. q̃ el angulo O A I. por loqual toda F L. pa
†.5.ſuppo. rece mayor que toda G I. †.y lo meſmo es en todas las otras: porq̃ F L. mayor parece tambien que B D. de donde ſe ſigue que eſtas grãdezas parecen de deſigual latitud.

S C H O L I O.

†.A. †.Q V E. A N. ſea perpendicular a N L. ſe demoſtrara anſi: porque del puncto A. ſe ha tirado al ſubjecto plano la perpendicular A M. luego con todas las lineas que la tocan, y eſtan en el ſubjeto plano haze los angu-
†3.deff.11.el los rectos, † y porque M N. es perpendicular a F L. tam

bien

bien M N. hara angulo recto con M A. tirese desde M, a L, la linea ML. luego ML. hara angulo recto cō MA,† pues porque el triangulo A M N. es rectangulo que tiene recto el angulo AM N. sera el quadrado que se haze de A N. igual a los quadrados que se hazen de A M. M N.† Item porque el triangulo M N L. es rectangulo que tiene recto el angulo M N L, sera el quadrado de ML. igual a los quadrados de M N. N L. y es el quadrado de AL. igual a los q̃ se hazē de A M. M N. N L. y a los quadrados de A M. M N. es igual el quadrado de A N. por ser el triangulo A M N. rectangulo, que tiene recto el angulo AMN. luego el quadrado que se haze de AL. sera igual a los que se hazen de A N. N L. y ansi por la 48. del primero de los elementos el angulo A N L. es recto que era lo que conuenia demostrar.

† 3. def. 11. el.

† 47. 1. el.

O T R O S C H O L I O.

† QVE el angulo N A L. sea mayor que el angulo O AI. se demostrara ansi: porque el triāgulo A M N. es rectangulo q̃ tiene recto el angulo A M N. luego el angulo A N M. sera agudo, y por esto el angulo ANO. sera obtuso, y ansi en el triangulo obtusiangulo AON. estando el lado A O. oppuesto al angulo obtuso N, sera el lado A O. mayor que el lado A N.† pues porque los triangulos A O I. A L N. son rectangulos que tienen rectos los angulos O, N, luego el quadrado que se haze de AI. es igual a los que se hazen de A O, O I.† y semejantemente el quadrado de A L. es ygual a los quadrados de A N, N L, mas los quadrados de A O, O I. son mayores q̃ los quadrados de A N, NL. porque O I, es igual

† B.

† 19. 1. elem.

† 47. 1. ele.

a N L, ſiendo lados opueſtos del paralelo grammo N I, y O A, es mayor que N A. por lo qual el quadrado que ſe haze de A I, es mayor quel que ſe haze de A L. y anſi A I. ſera mayor que AL. y ha ſe demoſtrado OA mayor que N A. y O I, igual a N L. luego ſi puſieremos a O I. ſobre N L. caera el triangulo A N L, dentro del triangulo A O I. y aſsi por la. 21. del primero de los elementos, ſera mayor el angulo N A L. que el angulo O A I. lo qual conuenia demoſtrar.

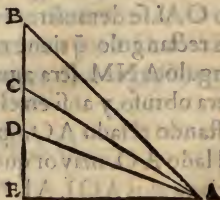
THEOREMA 7.

Las grandezas iguales, que pueſtas en vna meſma linea recta, eſtan entreſi apartadas, parecen deſiguales.

SEAN las grandezas iguales B C. D E. y el ojo ſea A, del qual ſalgan los rayos viſuales AB, A C, A D, A E. y ſea recto el angulo B E A. luego mayor es el angulo E AD. q̃ el angulo B A C. † y por eſto ED, parecera mayor que B C. † de donde ſe ſigue que las grãdezas B C. D E. parecen deſiguales.

† Schol. del. 4. theor.

† 5. ſupoſic.

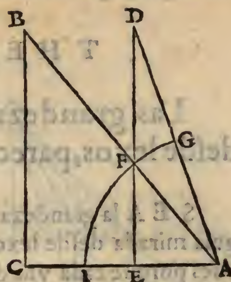


THEOREMA 8.

Las

Las grandezas iguales, desigualmente apartadas, no guardan la mesma razō, en los angulos que en las distancias.

SE A, BC. igual a DE. y pongase paralela a ella, y sea el ojo A. del qual salgan los rayos visuales AEC. AFB. AE. AGD. y este AC. en angulos rectos sobre CB. digo que no parece auer la mesma proporcion entre las grandezas BC. DE. que entre las distancias CA. EA. porque el angulo DEA. es recto sera el angulo EFA. agudo † por lo qual FA. sera mayor que EA. † pues si sobre el centro A. con la distancia AF. se descriuiere vn circulo caera fuera de EA. descriuase pues, y sea GFI. y porque el triangulo DFA. tiene mayor proporcion al sector FGA. que el triãgulo EFA. al sector IFA. † permutando pues el triangulo FDA. al triangulo EFA. tendra mayor proporcion que el sector GFA. al sector IFA. † y componiendo el triangulo EDA. al triangulo EFA. tendra mayor proporcion que el sector GIA. al sector. IFA. † mas como el triangulo EDA. al triangulo EFA. asi DE. a EF. † y como el sector. IGA. al sector IFA. asi el angulo DAE. al angulo FAE. † luego DE. a FE. mayor proporcion tiene que el angulo GAE. al angulo. FAE. mas como DE.

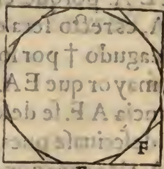


† 17.1.el.
† 19.1.elem.
† 7.def.5.
† 27.5.ele.
† 28.5.elem.
† .1. 6. el.
† Corol. 33. 6.elem.

†4.6.elem. a F E. anſi CA. a A E. †tendra pues GA, a AE, mayor proporcion que el angulo G A E. al angulo F A E. y debaxo del angulo GAE. ſe mira la grandeza D E. y debaxo del angulo BAE, ſe mira la grandeza B C. por lo qual las grandezas iguales no guardan la meſma razon en los angulos que en las diſtancias.

THEOREMA 9.

Las grandezas rectangulas, miradas deſde lexos, parecen redondas.



SEA la grandeza rectangula mirada deſde lexos A B. pues porque cada vna de las coſas viſibles tiene vna determinada longitud de diſtancia, la
†.37 Theor. qual paſſada no ſe vê mas † luego el angulo B, no ſe vê, ſino ſolamente los punctos E F G. lo meſmo ſuccedera en cada vno de los demas angulos: por lo qual toda la grandeza A B. parecera redonda.

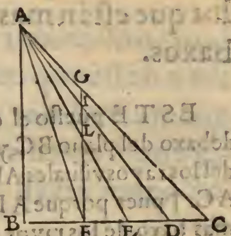
SCHOLIO.

EL angulo B, no ſe vê porque la latitud de las figuras rectangulas es menor hazia los angulos que hazia otra parte, y anſi las partes que eſtá mas cerca de los angulos ſe deſparecen mas preſto que las de en medio de la figura.

THEOREMA 10.

Entre los planos pueſtos debaxo de el ojo, los que eſtan mas apartados parecen mas altos.

ESTE pueſto el ojo A, mas alto que el plano B C, y ſalgan del ojo A, los rayos viſuales A C, A D, A E, A F, A B. entre los quales A B, eſte perpendicularmẽte ſobre el ſubjecto plano, digo que C D. parecera mas alto que E F. † porque los rayos viſuales A C. A D. debaxo de los quales ſe mira el plano C D. ſon mas altos que los rayos viſuales A E. A F. debaxo de los quales ſe mira E F, luego C D. mas alto parecera que E F. y E F. que F B. porque las coſas que ſe miran cõ rayos viſuales mas altos parecen mas altas. † † . *A.* † 8. *ſupoſic.*



SCHOLIO.

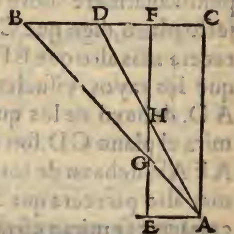
† QVE los rayos viſuales A C, A D. ſean mas altos que los rayos A E, A F. eſta manifieſto tireſe F G. perpendicular al ſubjecto plano B C. † y porq̃ el puncto G, eſta mas alto q̃ I. y I, mas que L, y el rayo viſual A C. ſe tira por el puncto G, y A D, por I, y A E. por L, luego A C, † . *A.* † . 11. 11. *el.*

 mas

mas alto ſera que AD. y AD, mas que AE. y AE. mas que A F. por loqual los rayos viſuales A C, A D. mas altos parecen que los rayos viſuales A E, A F.

THEOREMA II.

Entre los planos pueſtos ſobre el ojo, los que eſtan mas apartados, parecen mas baxos.



ESTE pueſto el ojo A, debaxo del plano B C, y ſalgã del los rayos viſuales AB, AD, A C. † pues porque A B, es el mas baxo de los rayos viſuales que ſalen del ōjo A, al plano BC. y AD, es mas baxo que A C. y por los rayos viſuales AB, AD. ſe mira el plano B D. y por los rayos viſuales AD, A C. ſe mira el plano D C. luego B D, mas baxo parece que D C.

†. A.

SCHOLIO.

† A.

† Q V E, AB. ſea el mas baxo de los rayos viſuales que ſalen del ojo A. al plano B C. lo demoſtraremos aſsi, ſea el plano E A paralelo al plano BC. y menor que

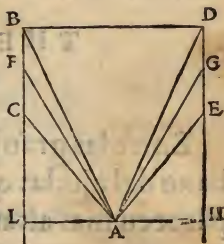
DC, y

D C, y tirese E F. perpendicular al plano A E. y porque el puncto G, esta mas baxo que el puncto H. y el rayo visual A B, passa por el puncto G, y el rayo visual A D. por el puncto H. luego A B. mas baxo esta que A D. desta mesma manera demostraremos todos los demas.

THEOREMA 12.

Entre las cosas, que tienen longitud hazia la parte anterior, las que estan a mano derecha, parece que van hazia mano izquierda, y las que estan hazia mano izquierda, parece que van hazia mano derecha.

SEAN las cosas visibles B C, D E. y el ojo sea A, del qual salgan los rayos visuales A C, A F, A B, A D, A G, A E.† luego D, mas parece que vâ hazia mano izquierda que G, y ni mas ni menos B, mas parece que vâ hazia mano derecha que F, por lo qual entre las cosas que tienen longitud hazia la parte anterior las que

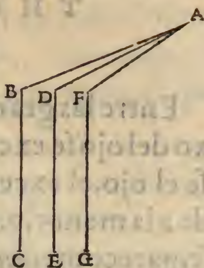


† · A.

estan a mano derecha parece q̃ van hazia mano izquier

da y las

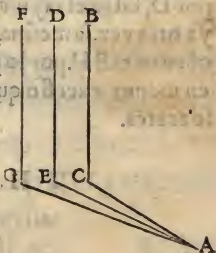
SEAN las grandezas iguales B C. D E. F G. las quales esten puestas debaxo del ojo A, y del ojo A, salgan los rayos visuales A B. A D. A F. y porque A B. esta mas alto que los demas rayos visuales, luego tambien el puncto B, estara mas alto que los punctos D. F. y por el consiguiente tambien B C. estara mas alto que D E. y D E. mas que F G. por lo qual entre las grãdezas iguales puestas debaxo del ojo las que estan mas apartadas parecen mas altas.



THEOREMA 14.

Entre las grandezas iguales puestas sobre el ojo, las que estan mas apartadas, parecen mas baxas.

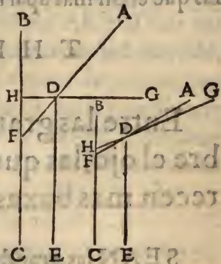
SEAN las grandezas iguales B C. D E. F G. las quales esten puestas encima del ojo A, y del ojo A, salgan los rayos visuales A C. A E. A G. y porque A G. esta mas baxo que los de mas rayos visuales, luego el puncto G. mas baxo estara que los demas punctos, y por esto F G. parecera mas baxo que D E. y D E. mas que B C.



THEOREMA 15.

Entre las grandezas que pueſtas debaxo del ojo ſe exceden entreſi, acercando ſe el ojo, el exceſſo en que la mayor excede a la menor, parece mayor, y apartando ſe, parece menor.

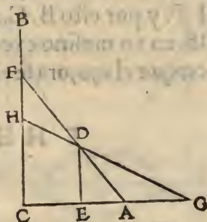
SEA, BC. mayor que DE. y põgaſe el ojo A, ſobre BC. DE. y ſalga por el puncto D, el rayo viſual AF. luego BC. mayor parece que DE. tanto quanto es BF. por parecer FC. igual a DE. con mirarſe debaxo de vn meſmo rayo viſual AF. mudeſe agora el ojo del puncto A, al puncto G. y por D, ſalga el rayo viſual GH. y a otra vez, la meſma BC. parecera mayor que DE. tãto quanto es BH. por lo qual BC. parecera exceder a DE. en menos exceſſo quando ſe aparta el ojo que quando ſe acerca.



THEOREMA 16.

Entre

Entre las cosas que puestas sobre el ojo se exceden entre si, acercandose el ojo, el excesso en que la mayor, sobrepuja a la menor, parece menor, y apartandose, parece mucho mayor.

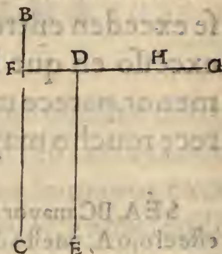


SEA, BC. mayor que DE. y este el ojo A, puesto debaxo dellas, y salga por el puncto D, el rayo visual A F. luego B C. mayor parece que D E. tanto quanto es B F. mudese agora el ojo del puncto A, al puncto G, y salga por el pũcto D, el rayo visual G H. agora pues B C. parecera mayor q̃ D E. tanto quanto es B H, por lo qual acercandose el ojo, la mayor B C. parece exceder a D E. en menos, y apartandose parece excederla en mas.

THEOREMA 17.

Entrẽ aquellas grandezas que se exceden entre si, puesto el ojo sobre la grandeza menor, ora se alexe por ella, ora se acerque, siempre la mayor parece exceder a la menor en igual excesso.

Exceda BC.a D E.en B F.y tirada F D. eſtiendaſe, y eſte el ojo ſobre el puncto G, luego el rayo viſual que ſaliere del puncto G.ira por GF.mudeſe agora el ojo ſobre el puncto H. por la meſma razon pues, el rayo viſual q̃ ſaliere del ojo H. ira por H F. y por eſto B C.excedera a DE.en vn meſmo exceſſo,ora ſe acerque el ojo,ora ſe alexe.

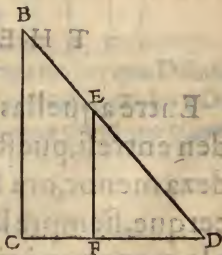


THEOREMA 18.

Conoſcer la cantidad de vna altura dada.

Sea la altura dada B C.cõuiene pues conocer ſu cãtidad:paſſe porel pũctoB,el rayo del ſol BD.cuya ſombra ſera CD.y tomeſe vna grandeza q̃ ſea FE.y apliqueſe debaxo del angulo D,paralela a BC.ſera pues como D C.a C B. aſi DF.a F E.† mas la razon de DF. a F E. es conoſcida, luego la razon de D C. a C B. ſera conoſcida, y es conoſcida la ſombra D C.por lo qual la altura B C.ſera conoſcida.

† 2.6.elem.

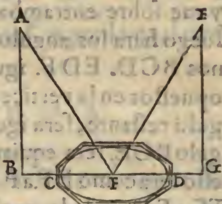


THEO-

THEOREMA

19.

Conoſcer la cantidad de vna altura dada, no pareciendo el Sol.



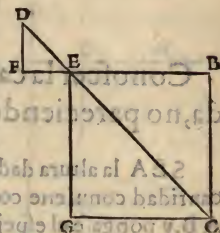
SEA la altura dada cuya cantidad conuiene conoſcer A B. y pongaſe el eſpejo CD. y el ojo ſea E, del qual ſalga el rayo viſual E F. que reflecta en el termino A, y tireſe del ojo E, la perpendicular E G. iguales ſeran pues los angulos A F B. E F G. lo qual ſe demoſtro en el primero de los eſpejos, y es el angulo B, igual al angulo G. por ſer cada vno dellos recto, luego el reſtante A, ſera igual al reſtãte E, por lo qual el triangulo ABF. ſera ſemejante al triãgulo E F G. y por eſto ſera como F B. a B A. a ſi F G. a G E.† mas la razon de F G. a GE. es conoſcida, por el cõſiguiente pues, la razon de F B. a B A. ſera conoſcida, y es conocida la cantidad F B. luego tambien ſera conocida la de la altura AB. † 4.6.*elem.*

THEOREMA

20.

Conoſcer la cantidad de vna profundidad dada.

S E A la profundidad cuya cantidad conuiene conocer B C. y pongaſe el ojo en D, deſde el qual haſta la profundidad vaya el rayo viſual D E C. y por el puncto D. tireſe D F. paralela a B C. pues porque D F. es paralela a B C. y cae ſobre entrambas D C. luego hara los angulos alternos B C D. E D F. iguales entre ſi † y ſon los angulos



† 29.1.*el.* nos B C D. E D F. iguales entre ſi † y ſon los angulos
† 15.1.*elem.* opueſtos en la vertice E, iguales entre ſi † luego el angulo reſtante, ſera igual al angulo reſtante, y el triangulo B C E. ſera equiangulo al triangulo E D F. y por
† 4.6.*elem.* eſto ſera como E F. a F D. aſi E B. a B C. † mas la razon de EF. a F D. es dada, por lo qual la razon de E B. a B C. ſera dada, y es dada E B. luego tambien BC. ſera dada.

T H E O R E M A
21.

Conoſcer la cantidad de vna longitud dada.

S E A

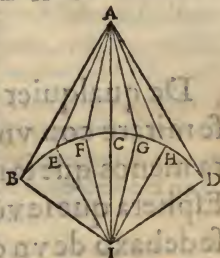
SEA la longitud cuya cantidad conuiene conocer BC. y pōgase el ojo en A, del qual salgan los rayos visuales AB. AC. y por el puncto D, tirese DE. paralela a BC. sera pues como DE. a EA. asi BC. a CA. † mas la razon de DE. a EA. es conocida, luego la razon de BC. a CA. sera conocida, y es conocida CA por lo qual tambien CB. sera conocida. †2.y4.6.el.

THEOREMA

22.

La circunferencia de vn circulo, puesta enel mesmo plano que el ojo, parecera linea recta.

Sea la circunferencia BD. y este el ojo A, en el mesmo plano que la circunferencia BD. y salgã del los rayos visuales AB. AC. AD. y porq̃ ninguna cosa visible se vẽ toda juntamẽte † luego no se parecera la circũferencia BC. sino solos sus terminos BC por lo qual la circunferencia BC. parecera linea recta, y de la mesma manera CD. y asi mesmo toda la circunferencia BD. parecera ser linea recta. †.1.Theor.



OTRA

OTRA DEMOSTRA-
cion de Pappo.

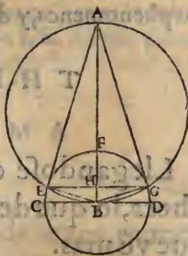
SALGAN del ojo A, pueſto en el meſmo plano que la circunferencia B C D. los rayos viſuales A B. AE. AF. A G. A H. A D. y eſtẽdido el rayo viſual A C. alargueſe haſta el centro I, del qual ſe tiren I B. I E. I F. I G. I H. I D. y porque el angulo I A D. es mayor que el angulo I A H. y I A H. es mayor que I A G. luego I D. mayor parece que I H. † y I H. mayor que I G. y I G. mayor que I C. y por eſſo el puncto C, parece eſtar mas cerca del centro I, que el puncto G. y G. mas que H. y H, mas que D, por lo qual la circunferencia C G H D. parece ſer linea recta, de la meſma manera ſe demoſtrara que la circunferencia C F E B. parece linea recta, de donde ſe ſigue que toda la circunferencia parecera ſer linea recta.

† 5. *ſupoſic.*

THEOREMA
23.

De qualquier manera que la Eſphera ſe mirare con vn ojo ſolo, ſiempre ſe vera menos que la mitad, y aquella parte de Eſphera que ſe vê, parece comprehenderſe debaxo de vn circulo.

Sea



SEA la Esphera cuyo centro B, y el ojo sea A. y juntese AB. sobre la qual por el puncto B, se tire en angulos rectos C B D. y por AB. y C B D. tirese vn plano † el qual hara vn circulo en la Esphera, haga lo y sea, C D G F E. y al rededor del diametro A B. descriuase vn circulo, y juntese las lineas B E. E A. A G. G B. G E. pues porque los angulos BEA. AGB. son rectos, † por estar en semicirculos, y A E. A G. tocan las lineas B E. B G. tiradas del centro en vn solo puncto dela Esphera, luego los rayos visuales que salen del ojo A, caeran segun las lineas AE. A G. y porque cada vno de los angulos que esta al rededor del puncto H, es recto por ser C D. paralela a E G. y EH. igual a HG. luego si estando fixo el lado H A. se reboluiesse el triangulo HEA. hasta tornar al lugar de do començo a mouerse sucedera que AE. mouida al rededor, tocara la superficie espherica en vn solo puncto E, y se descriuira vn circulo por los punctos E. G. por lo qual de necessidad se ha de comprehender debaxo de vn circulo aquella parte de Esphera que se vê, la qual es menor que la mitad de la Esphera: porque E F G. es menor que semicirculo, y assi lo que se vê desde el ojo, es menor que la mitad de la Esphera.

† A.

† 31.3. ele.

S C H O L I O.

† Q V E si la Esphera se cortare con vn plano la co

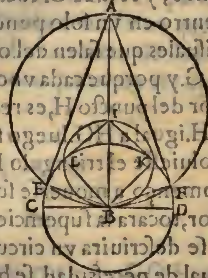
mun ſeciõ ſera vn circulo, y tomaſe como por cierto en los phenomenos, y de mueſtraſe en los eſphericos.

THEOREMA 24.

Llegandoſe el ojo mas cerca de la Eſphera, lo que della vê es menos, y parece que vê mas.

SEA la Eſphera cuyo centro B, y tireſe del ojo A, al centro B, la linea A B, y por el puncto B, leuãteſe ſobre ella en angulos rectos C D. y al rededor de A B, deſcriuaſe vn circulo, y juntenſe AE. EB. AF. F B. y porq̃ los angulos AEB. AFB. ſon rectos † por eſtar en ſemicirculos luego las lineas A E, A F. tocarã la Eſphera en vn ſolo puncto, y por eſto los rayos viſuales que ſalen del ojo A. caerã ſegun las lineas AE. A F. mudeſe el ojo A. ſobre el puncto I. y al rededor de IB. deſcriuaſe vn circulo, y juntenſe IL. LB. IK. K B. tocaran pues la eſphera I K. I L. en vn ſolo puncto, por lo qual los rayos viſuales que ſalen del ojo I, caeran ſegun I L, I K. de donde ſe ſigue que debaxo del angulo I. ſe mira L K. y debaxo del angulo A. ſe mira E L k F. y por eſto E L K F. aunque es mayor que

† 31.3. elem.



L K. to-

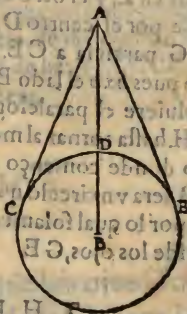
LK, toda via parece menor por ser el angulo I, mayor q̃ el angulo A, y por ser mayores las cosas que se miran de baxo de mayor angulo † luego LK. mayor parece que EL KF. aunque es menor. † 5. suposic.

THEOREMA

25.

La esphera mirada desde lexos, parece circulo.

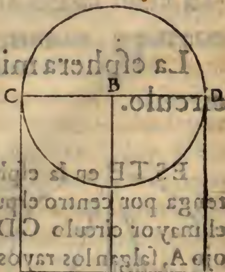
ESTE en la esphera que tenga por centro el puncto B, el mayor circulo CDE. y del ojo A, salgan los rayos visuales AC. AD. AE. y porque la circunferencia CDE. parece linea recta † luego las de mas circunferencias descriptas en la esphera pareceran lineas rectas, por lo qual la esphera puesta lexos del ojo parecera circulo. †22. Theor.



THEOREMA

26.

Si el diametro de la Eſphera mirada cõ entrambos ojos, fuere igual a la linea recta que ay entre el vno, y el otro ojo, verſe ha la mitad de la Eſphera.



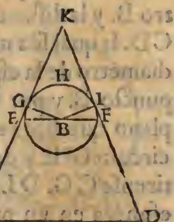
SEA la eſphera cuyo diametro C D. y de los punctos C. D. tireſe en angulos rectos las lineas CE. DG. y por el pũcto E, tireſe E G. paralela a C D. y pongaſe el vno de los ojos en E, y el otro en G. y tireſe por el centro D, la linea D G. paralela a C E. ſi eſtando pues fixo el lado B H. ſe reboluiere el paralelogrammo C H. haſta tornar al meſmo pũcto donde començo a mouerſe, la figura deſcripta de CB. ſera vn circulo que paſſara por el cẽtro de la eſphera, por lo qual ſolamente ſe vera la mitad de la eſphera deſde los ojos, G E.

THEOREMA 27.

Si la diſtancia que ay entre los ojos, fuere mayor que el diametro de la Eſphera, verſe ha mas que la mitad de la Eſphera.

SEA

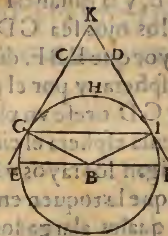
SEA la esphera cuyo centro B, y la distancia que ay entre los ojos sea CD. la qual sea mayor que EBF. diametro de la esphera, y por el puncto B, y por CD. tirese vn plano que haga enla esphera el circulo GHI. y salgan los rayos visuales CG. DI. que la toquen en vn puncto los quales alargados concurriran, por ser CD. mayor que el diametro de la esphera; concurran pues, y sea en el puncto k, pues porque del puncto k, caen las lineas kI, kG. que tocan la esphera en vn puncto luego menor es IHG. que vn semicirculo por ser los angulos kIB. kGB. rectos, de donde resulta q̃ lo restante de la esphera que se vê de baxo de CGDI. sera mayor que la mitad de la esphera.



THEOREMA 28.

Si la distancia que ay entre los ojos, fuere menor que el diametro dela esphera, lo que se vê de la esphera, sera menor que la mitad della.

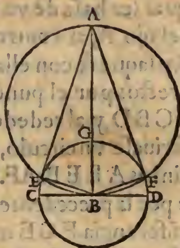
SEA la eſphera cuyo centro B. y la diſtancia de los ojos CD. la qual ſea menor q̃ EBF. diametro de la eſphera, y por el puncto B. y por CD. tireſe vn plano que haga en la eſphera el circulo GHI. y de los ojos C.D. tirenſe CG. DI. que toquen la eſphera en vn puncto, y concurran entreſi en el puncto K, porque forçadamẽte an de concurrir ſiendo deſiguales el diametro de la eſphera, y CD. y porque las lineas que caen del puncto K. a la eſphera comprehenden menos que la mitad de la eſphera, luego GHI. ſera menos que la mitad de la eſphera, y por eſto aquello q̃ ſe vê debaxo de los ojos C,D. es menos que la mitad de la eſphera.



THEOREMA 29.

De qualquier manera que vn Cilindro ſe mirare con vn ojo ſolo, ſe vera menos que la mitad del.

SEA, B, centro de vn circulo, el qual ſea baſa de vn Cilindro, y tireſe del ojo A, a B, la linea AB. y ſaqueſe con ella en angulos rectos por el puncto B, la linea D C. y al rededor de A B. deſcriuaſe vn circulo, y tirenſe AE. EB. AF. FB. y porq̃ los angulos AEB. AFB. ſon rectos † las lineas A E. A F. tocaran el Cilindro en vn ſolo puncto, y los rayos que ſalen del ojo A, caeran ſegun las lineas A E. AF. por lo qual ſolo ſe vera EGF. mas EGF. es menor que el ſemicirculo C G D. luego E G F. menor parece que vn ſemicirculo que es, que la mitad de vn Cilindro, lo meſmo que de la baſa, demoſtraremos de toda la ſuperficie del Cilindro, y por eſto ſiempre ſe vera menos que la mitad del Cilindro.



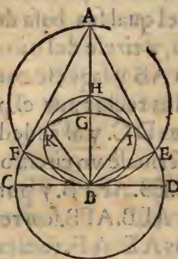
† 31.3. *elem.*

THEOREMA

31.

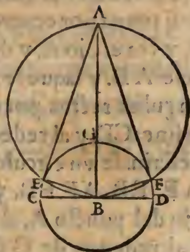
Acercandoſe el ojo al Cilindro, vera menos que antes que ſe acercaſſe, y le parecera que vẽ mas.

SEA, B, centro de vn circulo el qual ſea baſa de vn Cilindro, y del ojo A, al centro B, tireſe AB. y ſaque ſe con ella en angulos rectos por el puncto B, la linea C B D, y al rededor de AB, deſcriuaſe vn circulo, y junteſe las lineas A E. E B. AF. F B. y porque por la precedente, ſiendo la circũferencia F G E. menor que vn ſemicirculo ſe vê menos que la mitad de la baſa, luego verſe ha menos que la mitad del Cilindro, acerqueſe mas el ojo, y ſea H, y al rededor de HB. deſcriuaſe. vn circulo, y tirenſe H k. kB. HI. I B. y porque los rayos viſuales que ſalen del ojo H, caẽ ſegun las lineas H K. H I. y los rayos que ſalen del ojo A, caen ſegun las lineas A F. A E. ſera FGE. mayor que kGI. mas kGI. parece mayor que EGF. por ſer el angulo H. mayor que el angulo A, luego aũque ſe vea la menor parte del Cilindro, parecera que ſe vê la mayor.



THEOREMA 31.

Si vn cono que tuuiere por baſa vn circulo, ſe mirare con vn ojo ſolo, verſe ha menos que la mitad del cono.



SEA, B, centro de vn circulo, el qual ſea baſa de vn cono, y del ojo A, al centro B, tireſe la linea A B. y por el pũcto B, ſaqueſe C BD. en angulos rectos con A B. y al rededor de AB. deſcr iuaſe vn circulo, y tirenſe las lineas AE. EB. AF. FB. y porq̃ los angulos A E B. AFB. ſon rectos por eſtar en ſemicirculos, luego las lineas AE. AF. tocaran el circulo en vn ſolo pũcto, y los rayos viſuales que ſalen del ojo A, caeran ſegun las lineas A F. A E. por lo qual lo que ſe vẽ que es EGF. ſera menor que C G D. mas C G D. es ſemicirculo, luego EGF. ſera menor que ſemicirculo, y por eſto lo que ſe vẽ del cono es menos que la mitad del, lo meſmo demoſtraremos en los demas circulos que eſtan en la ſuperficie del cono.

THEOREMA 32.

Si el ojo ſe acercare al cono en vn meſmo plano, vera menos que antes que ſe acercaſſe, y parecera que vẽ mas.



SEA baſa del cono vn circulo q̃ tenga por centro el puncto B, y ſea el ojo A, y de A, a B, tireſe A B. y ſaque ſe con ella en angulos rectos por el pũcto B, la lineaCD. y al rededor de AB. deſcriuaſe vn circulo, y tirenſe A E. EB. AF. F B. y mudeſe el ojo del puncto A, al puncto G, y al rededor de G B. deſcriuaſe otro circulo, y tirenſe las lineas G H. H B. G I. I B. y porque los rayos viſuales que ſalen del ojo A. caen ſegun las lineas A E, A F. luego deſde el puncto A, ſe vera EKF. de la meſma ſuerte, porq̃ los rayos viſuales que ſalen del puncto G, caen ſegun las lineas GH. G I. verſe ha deſde el puncto G. la parte H K I. de donde ſe ſigue que aunque E K F. es mayor que H K I. con todo eſſo parece menor por ſer el angulo HGI. mayor que el angulo EAF.† †21.1.elem.



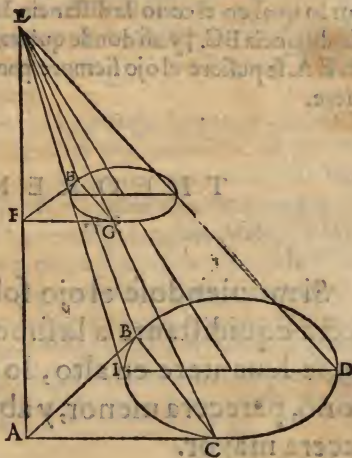
THEOREMA

33.

Si a la baſa circular de vn cono ſe tiraren deſde el ojo rayos viſuales que toquẽ la meſma baſa, y de los punctos donde los rayos viſuales tocan la baſa ſe tiraren lineas rectas por la ſuperficie del cono haſta ſu

ta ſu vertice,y por eſtas lineas, y por los rayos que ſalen deſde el ojo a la baſa del cono ſe tiraren planos,y enla comun ſecion delos planos ſe puſiere el ojo,aquello que ſe viere del cono ſiempre parecera igual.

SEA vn cono que tēga por baſa el circulo B D. y ſu vertice ſea el puncto E, y el ojo ſea A, del qual ſalgā los rayos viſuales AB.AC. que toquen el meſmo circulo en los pūctos B.C. y tiradas deſde ellos a la vertice del cono las lineas rectas CE. BE. eſtiendaſe vn plano por BE,BA.y



otro por CE.CA. y porq̄ forçoſamēte an de concurrir eſtos planos por concurrir las lineas BE.EC.y tambien BA.AC. concurran pues,y cortenſe entreſi, y ſea la comun ſecion dellos la linea EA. digo que donde quiera que en EA.ſe puſiere el ojo lo que ſe viere del cono pa-

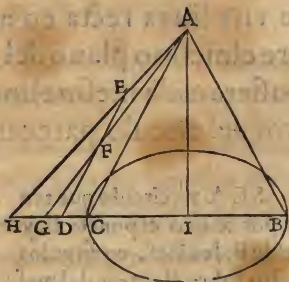
recera ſiempre igual, pongaſe el ojo en vn puncto de la linea EA. y ſea en F, y por el pũcto F, tireſe F G. paralela a AC. y FH. paralela a AB. tocaran pues FG. FH. la ſuperficie del cono en los punctos G. H. y porq̃ las ſeciones de los circulos paralelos en la ſuperficie del cono ſon ſimiles, luego las diſtancias que ſe ven en la ſuperficie del cono pareceran iguales, por ſer el angulo H FG. comprehendido de los rayos viſuales FG. FH. igual al angu
† 10.11.*el.* lo BAC. cõprehendido de los rayos viſuales AB. A C. †
por lo qual en el cono la diſtancia H G. parecera igual
† 5.*ſupoſic.* ala diſtancia BC. † y aſi donde quiera que en la linea recta E A. ſe puſiere el ojo ſiempre parecera igual lo que viere.

THEOREMA
34.

Si mouiendoſe el ojo ſobre vna linea recta equidiſtante a la ſuperficie del cono, ſe leuantare en alto, lo que viere del cono, parecera menor, y abaxandoſe parecera mayor.

SEA

ESTE la vertice del cono en el puncto A, y sea la basa vn circulo, y tirese E D. paralela a AC. y põgase el ojo en E, digo que lo que se viere del cono parecera menor quando se pusiere el ojo en E, q̃ quando se pusiere en F, tirense de los punctos E.F. las lineas rectas AE. AF. y alarguense hasta los punctos G.H. y porque las partes que se ven del cono parecẽ desiguales poniendose el ojo vna vez en H, y otra en G, porque la parte que se vê desde H, parece menor, y la que se vê desde G, parece mayor por ser el angulo AHD. menor q̃ el angulo AGD. † y la parte que se ve desde el pũcto H. es igual a la que se vê desde el puncto E, y la parte que se vê desde el puncto G. es igual a la que se vê desde el puncto F, como se demostro en la precedente, luego puesto el ojo en el puncto E, menor parte del cono parecera que vê, que puesto en F.

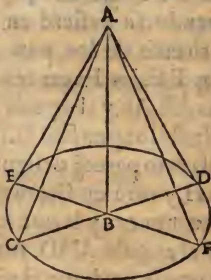


† 16.1. *elem.*

THEOREMA

35.

Si del centro de vn circulo ſe leuantare vna linea recta en angulos rectos ſobre el meſmo plano del circulo, y el ojo ſe puſiere en la meſma linea recta, los diametros del circulo pareceran iguales.



SEA vn circulo que tenga por centro el puncto B, y desde B, leuãteſe en angulos rectos ſobre el plano del meſmo circulo la linea AB. y pueſto el ojo en el puncto A, tirenſe los diametros DC.EF. digo que DC. parecera igual a EF. tirenſe las lineas AD.AF.AC. AE. y porque las dos lineas rectas AB. BF. ſon iguales a las dos AB.BC. cada vna, a cada vna, y el angulo ABC. es igual al angulo ABF. ſera la baſa AF. igual ala baſa AC. †por la meſma razõ ſera AE. igual a AD. por lo qual las dos EA. AF. ſeran iguales a las dos DA, AC. y es EF. igual a CD. ſera pues tambien el angulo EAF. igual al angulo DAC. † mas las coſas que ſe miran debaxo de iguales angulos parecen iguales, † luego igual parecera CD. a EF.

† 4.1. *elem.*

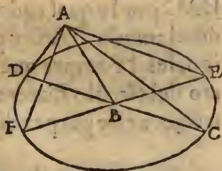
† 8.1. *elem.*

† 7. *ſupoſic.*

THEO-

THEOREMA 36.

Si el ojo ſe puſiere en la extremidad de vna linea recta, leuantada de tal manera del centro de vn circulo, que no haziendo angulos rectos con el plano donde eſta, ſea igual al ſemidiametro del circulo, los diametros pareceran iguales.



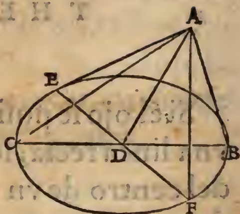
SEA vn circulo que tenga por cẽtro el pũcto B, y deſde B, leuanteſe B A. que no haga angulos rectos con el meſmo plano, ſino que ſea igual al ſemidiametro del circulo, y del puncto A. tirenſe como en la precedente las lineas rectas C A. A D. A F. A E. y porque F B. B A. B E. ſon iguales entreſi, ſera recto el angulo E A F. † y por la meſma razon ſera recto el angulo DAC. por lo qual eſtos dos angulos ſeran iguales entre ſi, mas las coſas que ſe mirã debaxo de iguales angulos parecen iguales † luego FE. parecera igual a DC.

† 31.3 *elem.*

† 7. *ſupoſic.*

SEA

SEA agora otra linea AD. que ni ſea igual al ſemidiametro del circulo, ni eſte en angulos rectos con el plano del meſmo circulo, ſino q̃ ſolamente haga iguales entre ſi los angulos BDA. ADE. y ni mas ni menos los angulos FDA. ADC. digo que deſta manera tābien los diametros



pareceran iguales, porque ſiendo BD. igual a DE. y AD. comun a entrambas, y haziendo con ellas los angulos † 4.1. *elem.* iguales, ſera la baſa BA. igual a la baſa EA. † y el angulo † 8.1. *elem.* BAD. igual al angulo DAE. † de la meſma manera demoſtraremos que el angulo FAD. es igual al angulo DAC. por lo qual todo el angulo BAC. ſera igual a todo el angulo FAE. y por eſto los diametros pareceran † 7. *ſupoſic.* iguales † ſiempre que el rayo que vâ deſde el ojo al cētro del circulo hiziere angulos iguales con los diametros, ora eſte perpendicular al plano del circulo, ora no.

THEOREMA

37.

Si el rayo viſual que vâ deſde el ojo al centro del circulo, no fuere perpendicular al plano del circulo, ni igual al ſemidiametro del circulo, ni hiziere angulos iguales con los ſemidiametros, ſino que

fuere

fuere mayor, o menor que el ſemidiametro, los diametros pareceran deſiguales.

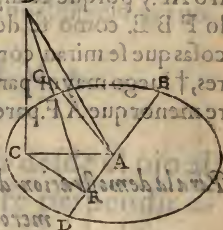
SEA vn circulo cuyo centro A, y del ojo B. al centro del circulo, tireſe B A. que ni haga angulos rectos con el plano, del circulo, ni ſea igual al ſemidiametro del circulo, ni haga angulos iguales cõ los ſemidiametros, digo q̃ los diametros del meſmo circulo pareceran deſiguales, tireſe el diametro, D C. que haga angulos rectos cõ A B. y tireſe E F. que los haga deſiguales cõ la meſma AB. y tirenſe B D. B E. B F. B C. y ſea lo primero BA. mayor que el ſemidiametro AF. y porque el angulo DBC, es mayor que el angulo F B E. como ſe demueſtra en el theorema, y las coſas que ſe miran con mayor angulo, pareceen mayores, † luego mayor parece DC. que EF. tãbien ſi BA. fuere menor que A F. parecera mayor E F. que D C. † 5. *ſupoſic.*

Para la demoſtracion deſtas coſas es neceſſario ſaber primero lo que ſe ſigue.

Si deſde el ojo pueſto en el ayre cayeren dos lineas rectas, La vna que vaya al

centro del circulo de tal manera que no ſea perpendicular al plano del meſmo circulo, y la otra que ſea perpendicular al dicho plano, y deſde el puncto donde cae la perpendicular ſe tirare vna linea recta al centro del circulo, el angulo comprehendido deſta linea, y de la que ſale del centro al ojo, es el menor de todos los angulos cõtenidos de la dicha linea que ſale del centro al ojo, y de las lineas que paſſan por el centro.

SEA vn circulo cuyo centro A, y el ojo ſea B, del qual ſe tire vna perpendicular al circulo que no cayga ſobre el centro A, ſino fuera del, y ſea B C. y tireſe de C, a A, la linea C A. y de A, a B, la linea A B. digo que el angulo C A B. es el menor de los angulos que hazen todas las lineas que paſſan por el puncto A, con la linea BA. tireſe la linea recta D A E. y

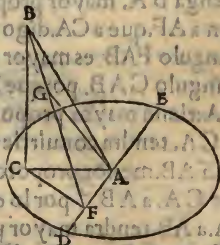


tireſe del puncto C, ſobre D E. la perpendicular C F. que eſte en el meſmo plano que D E, y junteſe la linea recta B F. † luego B F. ſera perpendicular a

la linea D E. y porque el angulo C F A. es recto sera el angulo A C F. menor que recto y ansi el lado A C. sera mayor que el lado A F †por lo qual B A. a A F. tendra mayor proporcion que a A C. † mas los dos angulos A G B. B F A. son rectos, y las lineas rectas C A. A F. son desiguales † luego el restante angulo F A B. sera mayor que el restante G A B. de la mesma manera demostraremos que el angulo G A B. es el menor de todos los angulos que hazen las lineas tiradas por el puncto A. con la linea A B. †19.1.*elem.* † 8.5.*elem.* †*B.*

LEMMA

†Que FB. haga angulos rectos con DE. lo demostraremos assi.



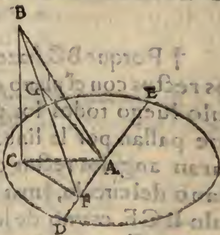
† Porque B C. haze angulos rectos con el plano del circulo luego todos los planos que passan por la linea B C. haran angulos rectos con el plano del circulo, † mas el triãgulo B C F. es vno de los planos q̃ passan por la linea B C. luego el triangulo B C F. hara angulos rectos cõ el plano del circulo, y porque estos dos planos conuiene a saber el †*A.* † 18.11.*el.*

plano E D. y el plano del triangulo B C F. ſe cortan entre ſi, y con la comun ſecion que es C F. haze angulos rectos D E. en el plano del circulo por auerſe tirado C F. perpendicular a E D. ſeguirſe ha que E D. hara angulos
† 18.11. *el.* rectos con el plano del meſmo triangulo BCF. † por lo qual con todas las lineas que los tocan en el meſmo pla
† 3. *def.* 11. *el.* no del triangulo BCF. hara angulos rectos † y anſi DE. hara angulos rectos con F B. y conuertiendo F B. hara angulos rectos con D E. diametro del circulo.

L E M M A
.2.

† *B.* † Tambien demoſtraremos que el angulo F A B. es mayor que el angulo C A B.

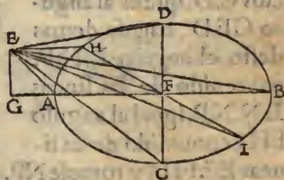
SEAN dos triangulos B C A. B F A. que tengan rectos los angulos B C A. B F A. y tenga B A. mayor proporcion a AF. que a CA. digo que el angulo FAB. es mayor que el angulo C A B. porque B A. a FA. tiene mayor proporció q̃ a C A. tendra conuirtiendo FA. a AB. menor proporcion
† 18.5. *elem.* que C A. a A B. † por lo qual C A. a AB. tendra mayor proporcion que F A. a A B. haga ſe como CA a AB. aſi F A. a vna linea menor que AB. la qual ſea A G. ſeran pues equiangulos los triangulos B C A.



BCA.GFA. y por esto el angulo CAB. sera igual al angulo FAG; † y asi todo el angulo FAB. sera mayor q̃ el angulo CAB. con esto demostraremos lo que se sigue. † 5. 6. elem.

THEOREMA 38.

Si el rayo visual que sale del ojo al centro del circulo hiziere angulos desiguales con diuersos diametros, y no estuuiere perpendicular sobre el plano del circulo, y fuere mayor que el semidiametro, sus diametros pareceran desiguales, y aquel parecera mayor, sobre el qual fuere perpendicular el rayo que sale desde el ojo al centro.



Sea vn circulo ABCD. y tirense dos diametros AB.CD. que se corten en tre si en angulos rectos, y sea el ojo E, desde el qual hasta el centro salga la linea rectaEF. de tal manera que haga angulos rectos con CD. y angulos qualesquiera con AB. y sea EF. mayor que el semidiametro del circulo, y porque CD.

 haze

haze angulos rectos con la vna, y otra de las lineas A B. E F. luego todos los planos que paſſan por la linea C D. haran angulos rectos con el plano que
†18. 11. *el.* paſſa por las lineas E F. A B. † tireſe del puncto E, al ſubjecto plano vna perpendicular la qual caera ſobre la comun ſecion de los planos cayga pues, y ſea E G. y tireſe el diametro H I. y tomeſe la linea L M. igual al diametro del circulo, y corteſe por medio en el puncto N, y deſde el leuanteſe en alto la linea N O que haga angulos rectos con L M. y ſea N O igual a E F. ſeguirſe ha pues que deſcripto vn ſegmento de circulo al rededor de L M. que paſſe por el puncto O, ſera mayor que el ſemicirculo por ſer N O. mayor que cada vna de las lineas L M. M N. ſea eſte ſegmento L O M. y junteſe las lineas O L. O M. luego el angulo pueſto en el puncto O, contenido de las lineas L O. O M. ſera igual al angulo pueſto en el puncto E, contenido de las lineas tiradas del puncto E, a los punctos C. D. que es al angulo C E D. hagaſe demas deſto el angulo L N P. contenido de las lineas L N. N P. igual al angulo E F H. contenido de las li-
†23. 1. *elem.* neas E F. F H. † y tomeſe N P. igual a E F. y junteſe las lineas rectas L P. M P. y al rededor del triangulo L P. M. deſcriuaſe vn ſegmento de circulo L P M. ſera pues el angulo del puncto P, igual al angulo H E I. hagaſe el an-

Porq̃ deſcripto vn ſegmẽto por los pũctos C E D ſera ſimil al ſegmento L O M. y los angulos en ſimiles ſegmentos ſon iguales por la 11. diff. del 3. de los elem.

gulo

gulo LNR. igual al angulo EFA. y cortese NR. igual a EF. y juntese las lineas rectas LR. RM. y al rededor del triangulo LRM. descriuase vn segmento de circulo LRM. † sera pues el angulo del puncto R, igual al angulo AEB. contenido de las lineas AE. EB. y porque el angulo LOM. es mayor que el angulo LPM. por ser el angulo LOM. igual al angulo LSM. † en estar ambos en vn mesmo segmento de circulo, y ser el angulo LSM. mayor que el angulo LPM. † por ser angulo exterior del triangulo LPM. luego el angulo LOM, sera mayor que el angulo LPM. mas el angulo LOM. es igual al angulo CED. y el angulo LPM. igual al angulo HEI. luego el angulo CED. mayor es que el angulo HEI. por lo qual el diametro CD. parecera mayor que el diametro IH. † demas desto porque el angulo LPM. es igual al angulo HEI. y el angulo LRM. igual al angulo AEB y el angulo LPM. es mayor que el angulo LRM. luego el diametro HI. mayor parecera que el diametro AB. †

† .5.4. *elem.*

† 21.3. *elem.*

† 16.1. *elem.*

† 5. *suposic.*

† 5. *suposic.*

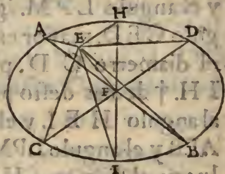
THEOREMA

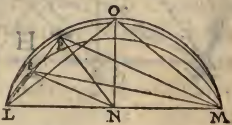
39.

Si la

Si la linea recta que ſe tirare del ojo al centro del circulo no fuere mayor que el ſemidiametro, ſino menor, ſucedera lo cō trario a los diametros, porque aquel diametro que parecia mayor parecera menor, y el que parecia menor parecera mayor.

SEA el circulo A B C D. en el qual ſe tiren dos diametros que ſe cortē entre ſi con angulos rectos, y ſeā AB. CD. y ſea otro diametro H I. y el ojo ſea E, del qual haſta el centro F. tirada la linea E F. ſea menor que el ſemidiametro, y haga angulos rectos con el diametro C D. y pongaſe la linea recta L M. igual al diametro del circulo, y corteſe por medio en el puncto N, y deſde el puncto N, leuanteſe en angulos rectos la linea N O. igual a la linea E F. y al rededor de L M. y del puncto O, deſcriuaſe vn ſegmento de circulo L O M. ſera pues eſta ſecion menor que el ſemicirculo por ſer N O. menor que el ſemidiametro, ſea pues eſte ſegmēto. L O M. y jun-





y juntenſe las lineas rectas O L. O M. luego el angulo O, contenido de las lineas L O, O M. ſera igual al angulo E, contenido de las lineas rectas C E. E D. hagaſe el angulo L N P. igual al angulo E F H. † y corteſe N P. igual a E F. y juntenſe las lineas rectas L P. M P. y al rededor de la linea L M. y del puncto P, deſcriuaſe el ſegmento de circulo L P M. ſera pues el angulo puesto en el puncto P, contenido de las lineas L P. P M. igual al angulo puesto en el puncto E, contenido de las lineas I E. E H. hagaſe finalmente el angulo L N R. igual al angulo A F E. y corteſe N R. igual a E F. y juntenſe las lineas rectas L R. R M. y al rededor del triãgulo L R M. deſcriuaſe el ſegmento de circulo L R M. y ſera el angulo puesto en el puncto R, contenido de las lineas L R. R M. igual al angulo puesto en el puncto E, contenido de las lineas A E. B B. y porque el angulo L O M. es menor q̃ el angulo L P M. y el angulo L P M. es igual al angulo I E H. y el angulo L O M. es igual al angulo C E D. luego menor parecera el diametro C D. que el diametro H I. † de la meſma manera porque el angulo del puncto E, contenido de las lineas I E. E H. es menor que el angulo del puncto E, cõtenido de las lineas A E. E B. luego menor parecera el diametro H I. que el diametro A B. †.

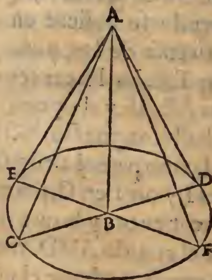
† 23. 1. *elem.*

† 6. *ſupoſic.*

† 6. *ſupoſic.*

THEOREMA 40.

Si del centro de vn circulo ſe leuantare vna linea recta en angulos rectos ſobre elmeſmo plano del circulo, y el ojo ſe puſiere en la meſma linea recta, los diametros del circulo pareceran iguales.



SEA vn circulo que tenga por centro el puncto B, y deſde B, leuãteſe en angulos rectos ſobre el plano del meſmo circulo la linea AB. y pueſto el ojo en el puncto A, tirenſe los diametros DC.EF. digo que DC. parecera igual a EF. tirenſe las lineas AD.AF.AC. AE. y porque las dos lineas rectas AB. BF. ſon iguales a las dos AB.BC. cada vna, a cada vna, y el angulo ABC. es igual al angulo ABF. ſera la

† 4.1. *elem.* baſa AF. igual ala baſa AC. † por la meſma razõ ſera AE. igual a AD. por lo qual las dos EA. AF. ſeran iguales a las dos DA, AC. y es EF. igual a CD. ſera pues tambien

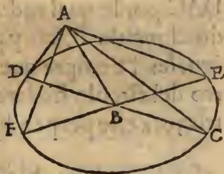
† 8.1. *elem.* el angulo EAF. igual al angulo DAC. † mas las coſas que ſe miran debaxo de iguales angulos parecen igua-

† 7. *ſupoſic.* les, † luego igual parecera CD. a EF.

THEOREMA 36.

Si el ojo se pusiere en la extremidad de vna linea recta, leuantada de tal manera del centro de vn circulo, que no haziendo angulos rectos con el plano donde esta, sea igual al semidiametro del circulo, los diametros pareceran iguales.

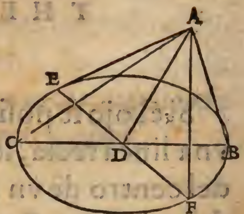
SEA vn circulo que tenga por cẽtro el pũcto B, y desde B, leuantese B A. que no haga angulos rectos con el mesmo plano, sino que sea igual al semidiametro del circulo, y del puncto A. tirense como en la precedente las lineas rectas C A. A D. A F. A E. y porque



F B. B A. B E. son iguales entre si, sera recto el angulo E A F. † y por la mesma razon sera recto el angulo † *31.3 elem.*
DAC. por lo qual estos dos angulos seran iguales entre si, mas las cosas que se mirã debaxo de iguales angulos parecen iguales † luego FE. parecera igual a DC. † 7. *suposic.*

SEA

SEA agora otra linea AD. que ni ſea igual al ſemidiametro del circulo, ni eſte en angulos rectos con el plano del meſmo circulo, ſino q̃ ſolamente haga iguales entre ſi los angulos B D A. A D E. y ni mas ni menos los angulos F D A. A D C. digo que deſta manera tãbien los diametros



pareceran iguales, porque ſiendo BD. igual a DE. y AD. comun a entrambas, y haziendo con ellas los angulos iguales, ſera la baſa BA. igual a la baſa EA. † y el angulo B A D. igual al angulo D A E. † de la meſma manera demoſtraremos que el angulo FAD. es igual al angulo DAC. por lo qual todo el angulo B A C. ſera igual a todo el angulo F A E. y por eſto los diametros pareceran iguales † ſiempre que el rayo que vâ deſde el ojo al cẽtro del circulo hiziere angulos iguales con los diametros, ora eſte perpendicular al plano del circulo, ora no.

† 4.1. *elem.*
† 8.1. *elem.*
† 7. *ſupoſic.*

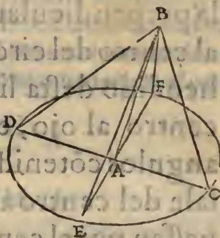
THEOREMA
37.

Si el rayo viſual que vâ deſde el ojo al centro del circulo, no fuere perpendicular al plano del circulo, ni igual al ſemidiametro del circulo, ni hiziere angulos iguales con los ſemidiametros, ſino que

fuere

fuere mayor, o menor que el ſemidiametro, los diametros pareceran deſiguales.

SEA vn circulo cuyo centro A, y del ojo B al centro del circulo, tireſe B A. que ni haga angulos rectos con el plano, del circulo, ni ſea igual al ſemidiametro del circulo, ni haga angulos iguales cõ los ſemidiametros, digo q̃ los diametros del meſmo circulo pareceran deſiguales, tireſe el diametro, D C. que haga angulos rectos cõ A B. y tireſe E F. que los haga deſiguales cõ la meſma AB. y tirenſe B D. B E. B F. B C. y ſea lo primero BA. mayor que el ſemidiametro AF. y porque el angulo DBC, es mayor que el angulo F B E. como ſe demueſtra en el theorema, y las coſas que ſe miran con mayor angulo, parecen mayores, † luego mayor parece DC. que EF. tãbien ſi BA. fuere menor que A F. parecera mayor E F. que D C. † 5. *ſupoſic.*

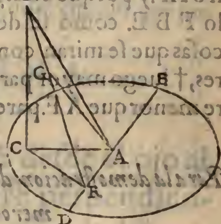


Para la demoſtracion deſtas coſas es neceſſario ſaber primero lo que ſe ſigue.

Si deſde el ojo pueſto en el ayre cayeren dos lineas rectas, La vna que vaya al

centro del circulo de tal manera que no ſea perpendicular al plano del meſmo circulo, y la otra que ſea perpendicular al dicho plano, y deſde el puncto donde cae la perpendicular ſe tirare vna linea recta al centro del circulo, el angulo comprehendido deſta linea, y de la que ſale del centro al ojo, es el menor de todos los angulos cõtenidos de la dicha linea que ſale del centro al ojo, y de las lineas que paſſan por el centro.

SEA vn circulo cuyo centro A, y el ojo ſea B, del qual ſe tire vna perpendicular al circulo que no cayga ſobre el centro A, ſino fuera del, y ſea B C. y tireſe de C, a A, la linea C A. y de A, a B, la linea A B. digo que el angulo C A B. es el menor de los angulos que hazen todas las lineas que paſſan por el puncto A, con la linea BA. tireſe la linea recta D A E. y



tireſe del puncto C, ſobre D E. la perpendicular C F. que eſte en el meſmo plano que D E, y junteſe la linea recta B F. † luego B F. ſera perpendicular a la li-

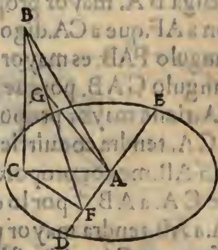
† *A.*

la linea D E. y porque el angulo C F A. es recto sera el angulo A C F. menor que recto y ansi el lado A C. sera mayor que el lado A F † por lo qual B A. a A F. tendra mayor proporcion que a A C. † mas los dos angulos A C B. B F A. son rectos, y las lineas rectas C A. A F. son desiguales † luego el restante angulo F A B. sera mayor que el restante C A B. de la mesma manera demostraremos que el angulo C A B. es el menor de todos los angulos que hazen las lineas tiradas por el puncto A. con la linea A B. †19.1.*elem.* † 8.5.*elem.* †*B.*

LEMMA

†Que FB. haga angulos rectos con DE. lo demostraremos assi.

† Porque BC. haze angulos rectos con el plano del circulo luego todos los planos que passan por la linea B C. haran angulos rectos con el plano del circulo, † mas el triangulo B C F. es vno de los planos q̃ passan por la linea B C. luego el triangulo B C F. hara angulos rectos cõ el plano del circulo, y porque estos dos planos conuiene a saber el †*A.* †18.11.*el.*



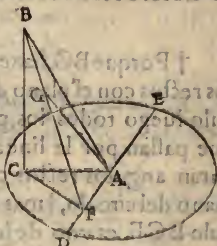
plano E D. y el plano del triangulo B C F. ſe cortan entreſi, y con la comun ſecion que es C F. haze angulos rectos D E. en el plano del circulo por auerſe tirado C F. perpendicular a E D. ſeguirſe ha que E D. hara angulos †18.11.el. rectos con el plano del meſmo triangulo BCF. † por lo qual con todas las lineas que los tocan en el meſmo pla †3.def.11.el. no del triangulo BCF. hara angulos rectos † y anſi DE. hara angulos rectos con F B. y conuertiendo F B. hara angulos rectos con D E. diametro del circulo.

L E M M A

.2.

†B. † Tambien demoſtraremos que el angulo F A B. es mayor que el angulo CAB.

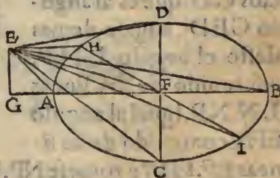
S E A N dos triangulos B C A. B F A. que tengan rectos los angulos B C A. B F A. y tenga B A. mayor proporcion a AF. que a CA. digo que el angulo FAB. es mayor que el angulo C AB. porque B A. a FA. tiene mayor proporciõ q̃ a C A. tendra conuirtiendo FA. a AB. menor proporcion †18.5.elem. que C A. a A B. † por lo qual CA. a AB. tendra mayor proporciõ que F A. a A B. hagaſe como CA a AB. aſi F A. a vna linea menor que AB. la qual ſea A G. ſeran pues equiangulos los triangulos



BCA.GFA. y por esto el angulo CAB. sera igual al angulo FAG. † y asi todo el angulo FAB. sera mayor q̃ el angulo CAB. con esto demostraremos lo que se sigue. † 5. 6. elem.

THEOREMA 38.

Si el rayo visual que sale del ojo al centro del circulo hiziere angulos desiguales con diuersos diametros, y no estuuiere perpendicular sobre el plano del circulo, y fuere mayor que el semidiametro, sus diametros pareceran desiguales, y aquel parecera mayor, sobre el qual fuere perpendicular el rayo que sale desde el ojo al centro.



Sea vn circulo ABCD. y tirense dos diametros AB.CD. que se corten entresi en angulos rectos, y sea el ojo E, desde el qual hasta el centro salga la linea recta EF. de tal manera que haga angulos rectos con CD. y angulos qualesquiera con AB. y sea EF. mayor que el semidiametro del circulo, y porque CD.

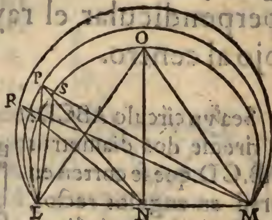
haze angulos rectos con la vna, y otra de las lineas A B. E F. luego todos los planos que paſſan por la linea C D. haran angulos rectos con el plano que

†18. 11. el.

paſſa por las lineas E F. A B. † tireſe del puncto E, al ſubjecto plano vna perpendicular la qual caera ſobre la comun ſecion de los planos cayga pues, y ſea E G. y tireſe el diametro H I. y tomeſe la linea L M. igual al diametro del circulo, y corteſe por medio en el puncto N, y deſde el leuantreſe en alto la linea N O que haga angulos rectos con L M. y ſea N O igual a E F. ſeguirſe ha pues que deſcripto vn ſegmento de circulo al rededor de L M. que paſſe por el puncto O, ſera mayor que el ſemicirculo por ſer N O. mayor que cada vna de las lineas L M. M N. ſea eſte ſegmento L O M. y junteſe las lineas O L. O M. luego el angulo pueſto en el puncto O, contenido de las lineas L O. O M. ſera igual al angulo pueſto en el puncto E, contenido de las lineas tiradas del puncto E, a los punctos C. D. que es al angulo C E D. hagaſe demas deſto el angulo L N P. contenido de las lineas L N. N P. igual al angulo E F H. contenido de las lineas E F. F H. † y tomeſe N P. igual a E F. y junteſe las lineas rectas L P. M P. y al rededor del triangulo L P. M. deſcriuaſe vn ſegmento de circulo L P M ſera pues el angulo del puncto P, igual al angulo H E I. hagaſe el angulo

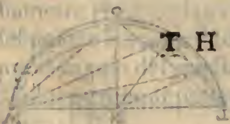
Porq̃ deſcripto vn ſegmẽto por los pũctos C E D ſera ſimil al ſegmento L O M. y los angulos en ſimiles ſegmentos ſon iguales por la 11. diff. del 3. de los elem.

†23. 1. elem.



gulo LNR. igual al angulo EFA. y cortese NR. igual a EF. y juntese las lineas rectas LR. RM. y al rededor del triangulo LRM. descriuase vn segmento de circulo LRM. † sera pues el angulo del puncto R, igual al angulo AEB. contenido de las lineas AE. EB. y porque el angulo LOM. es mayor que el angulo LPM. por ser el angulo LOM. igual al angulo LSM. † en estar ambos en vn mesmo segmento de circulo, y ser el angulo LSM. mayor que el angulo LPM. † por ser angulo exterior del triangulo LPM. luego el angulo LOM, sera mayor que el angulo LPM. mas el angulo LOM. es igual al angulo CED. y el angulo LPM. igual al angulo HEI. luego el angulo CED. mayor es que el angulo HEI. por lo qual el diametro CD. parecera mayor que el diametro IH. † demas desto porque el angulo LPM. es igual al angulo HEI. y el angulo LRM. igual al angulo AEB y el angulo LPM. es mayor que el angulo LRM. luego el diametro HI. mayor parecera que el diametro AB. †

† 5.4. *elem.*
† 21.3. *elem.*
† 16.1. *elem.*
† 5. *suposic.*
† 5. *suposic.*

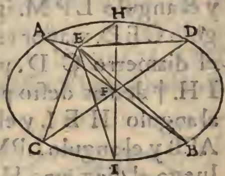


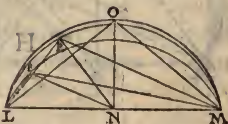
THEOREMA
39.

Si la

Si la linea recta que ſe tirare del ojo al centro del circulo no fuere mayor que el ſemidiametro, ſino menor, ſucedera lo cõtrario a los diametros, porque aquel diametro que parecia mayor parecera menor, y el que parecia menor parecera mayor.

SEA el circulo A B C D. en el qual ſe tiren dos diametros que ſe cortẽ entre ſi con angulos rectos, y ſeã A B. C D. y ſea otro diametro H I. y el ojo ſea E, del qual haſta el centro F. tirada la linea E F. ſea menor que el ſemidiametro, y haga angulos rectos con el diametro C D. y pongaſe la linea recta L M. igual al diametro del circulo, y corteſe por medio en el puncto N, y deſde el puncto N, leuanteſe en angulos rectos la linea N O. igual a la linea E F. y al rededor de L M. y del puncto O, deſcriuaſe vn ſegmento de circulo L O M. ſera pues eſta ſecion menor que el ſemicirculo por ſer N O. menor que el ſemidiametro, ſea pues eſte ſegmẽto L O M. y jun-





y juntense las lineas rectas O L. O M. luego el angulo O, contenido de las lineas L O, O M. sera igual al angulo E, contenido de las lineas rectas C E. E D. hagase el angulo L N P. igual al angulo E F H. † y cortese N P. igual a E F. y juntense las lineas rectas L P. M P. y al rededor de la linea L M. y del puncto P, descriuase el segmento de circulo L P M. sera pues el angulo puesto en el puncto P, contenido de las lineas L P. P M igual al angulo puesto en el puncto E, contenido de las lineas I E. E H. hagase finalmente el angulo L N R. igual al angulo A F E. y cortese N R. igual a E F. y juntense las lineas rectas L R. R M. y al rededor del triãgulo L R M. descriuase el segmento de circulo L R M. y sera el angulo puesto en el puncto R, contenido de las lineas L R. R M. igual al angulo puesto en el puncto E, contenido de las lineas A E. E B. y porque el angulo L O M. es menor q̃ el angulo L P M. y el angulo L P M. es igual al angulo I E H. y el angulo L O M. es igual al angulo C E D. luego menor parecera el diametro C D. que el diametro H I. † de la mesma manera porque el angulo del puncto E, contenido de las lineas I E. E H. es menor que el angulo del puncto E, cõtenido de las lineas A E. E B. luego menor parecera el diametro H I. que el diametro A B. †.

† 23.1. *elem.*

† 6. *suposic.*

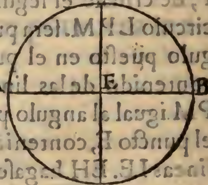
† 6. *suposic.*

THEOREMA

40.

Las ruedas de los carros vnas vezes parecen circulares, y otras, ouadas.

SEA vna rueda cuyos diametros A B. C D. y porque el rayo viſual que ſale del ojo al centro dela rueda, o ſiẽdo perpendicular al plano de la rueda, o igual a ſu ſemidiametro haze que parezcan ſus diametros iguales, como ſe demoſtro en el precedente theorema, luego mirada la rueda deſta manera parecera circular, mas ſi el carro ſe tirare con velocidad, y el rayo que ſale deſde el ojo al centro, ni fuere perpendicular al plano de la rueda, ni igual a ſu ſemi diametro, ſus diametros pareceran deſiguales, como ſe demoſtro en el meſmo Theorema precedente, por lo qual la rueda parecera ouada.

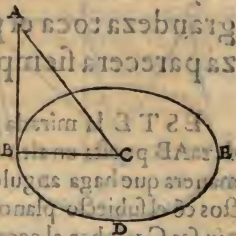


THEOREMA 41.

Si vna grandeza pueſta en alto hiziere angulos rectos con el ſubjecto plano, y pueſto el ojo en algun puncto del dicho plano, la tal grandeza ſe reboluiere al rededor

dedor del como al rededor de centro de circulo, parecera siempre igual.

ESTE la mirada grandeza AB. mas alta que el subjecto plano, y el ojo sea C, y juntese la linea recta CB. y sobre el centro C, con la distancia CB. descriuase vn circulo BDE. digo que si la grandeza A B. se reboluiere por la circunferēcia del circulo que parecera siēpre igual al ojo C. porque la grandeza A B. es perpendicular al subjecto plano luego hara con la BC. que esta en el plano del circulo angulo recto, † y ansi todas las lineas que cayeren del cētro C. sobre la grandeza AB. haran angulos iguales entresi por lo qual la grādeza mirada parecera siempre igual, † lo mesmo sera si del centro C, se leuantare en alto vna linea recta que sea paralela a la grandeza mirada, y en lo alto della se pusiere el ojo, porque la grandeza mouida por la circunferencia del circulo parecera siempre igual.



† 3. diff. 11. el.

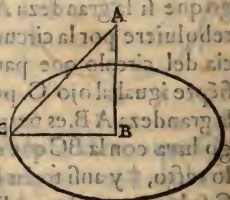
† 7. supposic.

THEOREMA

42.

Si vna mirada grandeza fuere perpendicular al ſubjecto plano, y el ojo ſe mouiere por la circunferencia de vn circulo cuyo centro ſea aquel puncto dõde la tal grandeza toca el plano, la dicha grandeza parecera ſiempre igual.

ESTE la mirada grandeza AB. pueſta en alto de tal manera que haga angulos rectos cõ el ſubjecto plano, y el ojo ſea C, y ſobre el centro B, con la diſtancia B C. deſcriuaſe vn circulo, digo que ſi el ojo C, ſe mouiere por la circũferencia del circulo que la grãdeza AB. parecera ſiẽpre igual y eſto eſta manifieſto, porque todos los rayos viſuales que van del puncto C, a AB. hazen cõ ella angulos iguales por ſer recto el angulo del puncto B, y aſsi la grandeza mirada ha de parecer ſiempre igual. †

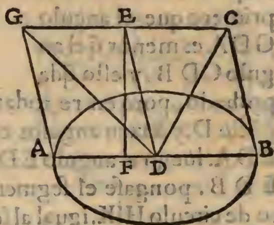


†.7. ſupoſic.

T H E O R E M A
43.

Si la grandeza mirada no fuere perpendicular al ſubjecto plano, y ſe mouiere al

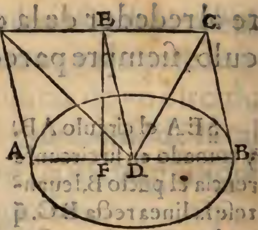
re al rededor de la circunferencia del circulo, siempre parecera desigual.

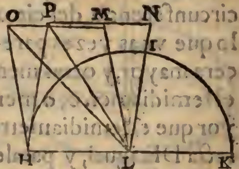


SEA el circulo AB: y tomado en su circunferencia el pũcto B, leuantese la linea recta B C. q̃ no haga angulos rectos cõ el circulo, y sea el ojo D, digo que si la grandeza B C. se mouiere por la circunferencia del circulo que vnas vezes parecera mayor, y otras menor, porque B C. o es mayor que el semidiametro, o menor, o igual, sea lo primero mayor que el semidiametro, y tirese del centro D, la linea recta DE. igual, y paralela a BC. † y tirese del puncto E, al subjecto plano la perpendicular EF. † que toque el plano en el puncto F, y juntada la linea recta D F. alarguese hasta juntarse con la circunferencia en el puncto A, y del puncto A, tirese A G. paralela a E D. y sea A G. igual a B C. digo que A G. parecera la menor de todas las lineas rectas mouidas por la circunferencia del circulo, juntense las lineas rectas E C. DC. GE. GD. y porque tenemos demostrado en el theorema junto al trigesimo septimo que entre todas las lineas que passan por el puncto D, y hazen angulos cõ la linea ED: el menor de todos es el angulo E D A. y es E D. igual, y paralela a G A. luego A D. igual es y paralela a G E. † por lo qual GD. sera paralelogrammo, por la mesma razon es

† 31.1. *elem.*
† 11.11. *elem.*
† 33.1. *elem.*

paralelogrãmo C D. y porq̃ ſe ha de demoſtrar que AG. parece menor q̃ CB. manifieſto eſta q̃ ſe ha de demoſtrar primero que el angulo G D A. es menor q̃ el angulo C D B. y eſto q̃da probado, porq̃ entre todas las lineas que paſſan por el pũcto D. y hazen angulos con la linea ED. el menor es E D A. luego el angulo E D A. es menor que el angulo E D B. pongaſe el ſegmento de circulo HIK. igual al ſemicirculo, y tomado ſu centro L, hagaſe el angulo HLM. igual al angulo E D A. † y el angulo HLN. igual al angulo E D B. y ſea cada vna de las lineas ML. NL. igual a CB. y por el puncto M, tireſe MO. igual y paralela a HL. † y tireſe OH. luego ſera paralelogrammo L O. y igual, y ſemejante al paralelogrammo G D. demas deſto por el puncto N, tireſe N P. igual y paralela a L H. y junteſe la linea recta P H. ſera pues el paralelogrammo PL. igual, y ſemejante al paralelogrãmo CD. tirenſe las diagonales O L. LP. y ſera el angulo HLO. menor q̃ el angulo HLP. mas el angulo HLO. es igual al angulo A D G. y el angulo H L P. igual al angulo BDC. luego el angulo A D G. menor es que el angulo B D C. por lo qual la grandeza AG. parecera menor que la grandeza BC. † de la meſma manera demoſtraremos que GA. es menor que BC. ſi la meſma BC. ſe



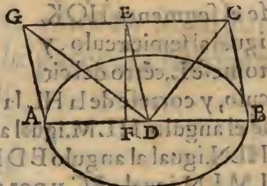


† 23.1. *elem.*

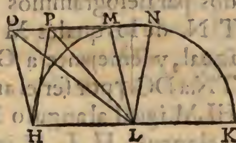
† 31.1. *elem.*

† 6. *ſupoſic.*

pusiere igual o menor que el semidiametro, sea agora BC, igual al semidiametro, y haganse las demas cosas q en la passada, y pōgase el semicirculo H N K. igual al semicirculo del otro circulo, y tomese su centro L, y porque B C. se ha puesto igual al semidiametro del circulo, luego B C. sera igual a H L. pongase el angulo H L M. igual al angulo E D A. † y tirese M O. igual y paralela a H L. † y estiēdase la linea recta O H. †23.1.elem. †31.1. elem.

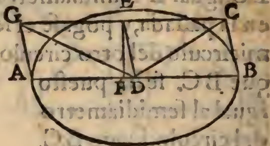


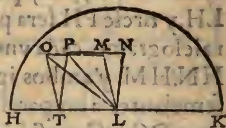
y pongase tambien el angulo H L N. igual al angulo E D B. y tirese la linea recta N P. igual y paralela a L H, y tirese P H. sera pues paralelogrāmo cada vno de los H N. H M. y ambos iguales y semejantes a los paralelogrāmos D G. D C. y assi siēdo el angulo H L N. igual al angulo E D B. y el angulo H L M. igual al angulo E D A, y siēdo tābiē el angulo E D A. menor que el angulo E D B. sera el angulo H L M. menor que el angulo H L N. tirense los diametros O L. L P. y sera el angulo H L O. menor que el angulo H L P. mas el angulo H L O. es igual al angulo A D G. y el angulo H L P. igual al angulo B D C. luego el angulo A D G. menor es que el angulo B D C. por lo qual la grandeza A G. parecera menor que la grandeza B C. lo qual se auia de demostrar.



SEA

SEA finalmente BC. menor que el ſemidiametro del circulo, y hagãſe las demas coſas que arriba, y põgaſe el ſegmento HOK. igual al ſemicirculo, y tomeſe L, cẽtro del circulo, y corteſe de la HL. la linea LT. igual a BC. y hagaſe el angulo HLM. igual al angulo EDA. y el angulo HLN. igual al angulo EDB. y ſea cada vna de las lineas LM. LN. igual a BC. y por el pũcto M. tireſe MO. igual y paralela a LT. y junteſe TO. y tireſe por el puncto N. la linea NP. igual, y paralela a LT. y tireſe TP. ſerã pues dos paralelogrammos MT. TN. de los quales MT. es igual, y ſemejante a GD. y TN. a DC. † por ſer el angulo HLM. igual al angulo EDA. y el angulo HLN. igual al angulo EDB. y es el angulo EDB. mayor que el angulo EDA. luego el angulo HLN. mayor es que el angulo HLM. junteñſe LO. LP. y ſeguirſe ha que el angulo TLO. ſera menor que el angulo TLP. mas el angulo TLO. es igual al angulo ADG. y el angulo TLP. igual al angulo BDC. luego el angulo ADG. menor es q̃ el angulo BDC. empero la grandeza AG. ſe mira deſde el angulo ADG. y la grandeza BC. deſde el angulo BDC. luego la grandeza AG. menor parecera que la grandeza BC. lo qual conuenia demoſtrar. †.





† 23. 1. elem.

† 31. 1. elem.

† 1. diff. 6. el.

† 6. ſupoſic.

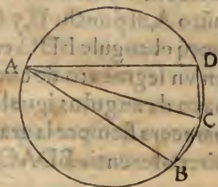
THEO-

THEOREMA

44.

Vn lugar ay donde eſtando el ojo fixo, aunque la coſa mirada ſe mude de vna parte a otra, le parecera ſiempre igual.

SEA la grandeza mirada BC. y el ojo ſea A, d l qual ſalgan los rayos viſuales A B. A C. y al rededor del triangulo A B C. deſcriuaſe el circulo A B C D. † digo que aunque la grandeza B C. ſe mude a otra qualquiera parte de la circunferēcia del circulo deſcripto, parecera ſiempre de vna meſma cantidad, mudeſe B C. a CD. y junteſe D A. igual ſera pues la circunferencia BC a la circunferencia D C. † y por eſto tambien el angulo CAB. ſera igual al angulo C A D. † mas las coſas q̃ ſe miran debaxo de angulos iguales, parecen iguales, † luego la grandeza CB. igual parecera ala grandeza CD.

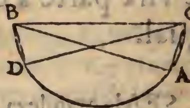


† 5. 4. *elem.*
† 28. 3. *elem.*
† 27. 3. *elem.*
† 7. *ſupoſic.*

THEOREMA

45.

Vn lugar ay donde la coſa viſta eſtando fixa aunque el ojo ſe mude, parecera ſiempre igual.



Sea la grãdeza mirada BC. ỹ el ojo ſea A, del qual ſalgã los rayos viſuales A B. A C. y al rededor del triangulo B A C. deſcriuaſe el ſegmento de circulo

† 5.4. *elem.* BDAC. † y mudeſe el ojo del pũto A, al puncto D, y ſalgã los rayos viſuales DB. DC. y

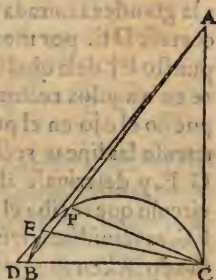
†21.3. *elem.* porq̃ el angulo BDC. es igual al angulo CAB. † por eſtar en vn ſegmento de circulo, y las coſas que ſe miran de-

† 7. *ſupoſic.* baxo de angulos iguales parecen iguales † luego igual parecera ſiempre la grandeza BC. mudado el ojo por la circunferencia BDAC.

THEOREMA 46.

Vn lugar ay donde ſi ſe mudare el ojo aunque la coſa que mira no ſe mueua le parecera deſigual.

S E A la grandeza mirada B C. la qual alargada concurra con ella la linea recta A D. y tomese entre C D. D B. vna media proporcional D E. † y juntense las lineas rectas E B. E C. y descriuase en torno de B C. vn segmento de circulo que reciba el angulo agudo E B C. † luego la linea recta A D. tocara el circulo † por ser como C D. a D E. asi D E. a D B. pongase el ojo en el pũcto A, del qual salgan los rayos visuales A B. A C. y juntese F C. y porque el angulo B E C es igual al angulo B F C. † por estar en vn segmento de circulo, y el angulo B F C. es mayor que el angulo B A C. † luego tambien el angulo B E C. sera mayor que el angulo B A C. por lo qual la grandeza B C. mayor le parecera al ojo puesto en el puncto E, que en el puncto A, †



† 13. 6. el.

† 33. 3. elem.

† 37. 3 el.

† 21. 3. elem.

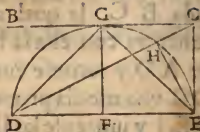
† 16. 1. elem.

† 5. suposic.

THEOREMA 47.

Lo mesmo sucedera si la linea por donde passa el ojo fuere paralela a la grandeza mirada.

SEA la linea BC. paralela a la grandeza mirada D E. y corteſe D E. por medio en el puncto F† dela qual ſe leuante en angulos rectos FG.† y puesto el ojo en el puncto G. tirenſe las lineas rectas G D. G E. y deſcriuaſe al rededor de D E. vn ſegmento de circulo que reciba el angulo DGE. † y porque la linea FG. es ſemidiametro, y de la extremidad de F G. ſe ha tirado BC. en angulos rectos con ella luego B C toca- ra el ſemicirculo D G E. † mudeſe el ojo al pũcto D, del qual ſalgan los rayos viſuales C D. C E. y tireſe la linea recta H E. y porque el angulo DGE. es igual al angulo D HE. † y el angulo D H E. es mayor que el angulo D CE. † luego el angulo DGE. mayor es que el angulo D C E. mas las coſas que ſe miran debaxo de mayor angulo parecen mayores, † mayor parecera pues D E. puesto el ojo enel puncto G, q̃ puesto el ojo enel pũcto C, por lo qual diſcurriendo el ojo por la linea BC. paralela a D E. la coſa mirada parecera deſigual.

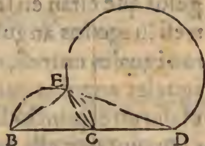


† 10. 1. *el.*
† 11. 1. *elem.*
† 33. 1. *elem.*
Cor. 16. 3. *el.*
† 21. 3. *elem.*
† 16. 1. *elem.*
† 5. *ſuposic.*

THEOREMA
48.

Vn comun lugar ay de donde las grandezas iguales parecen deſiguales.

SEA, BC. igual a CD. y al rededor de BC. descriuase vn segmento de circulo BEC. y al rededor de CD. descriuase otro segmento de circulo mayor que vn semicirculo, y juntense las lineas rectas EB. EC.

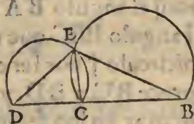


ED. y porque el angulo del semicirculo es mayor q̃ el angulo del mayor segmento, †y las cosas q̃ se miran debaxo de mayor angulo parecen mayores, †luego puesto el ojo en el puncto E, mayor parece BC. que CD. siendo igual a ella, de dõde se sigue que ay vn comun lugar de donde las grandezas iguales parecen desiguales. † 31. 3. *elem.* † . 5. *suposic.*

THEOREMA 49.

Vn comun lugar ay de donde las grandezas desiguales parecen iguales.

SEA, BC. mayor que CD. y al rededor de BC. descriuase vn segmẽto de circulo mayor que vn semicirculo, y al rededor de C D. descriuase otro segmento de circulo semejante al que se descriuio en torno de BC. † cõuiene a saber que reciba el angulo CED. igual angulo CEB. y juntense las lineas rectas EB. EC. ED. y porque los angulos †33. 3 *elem.*



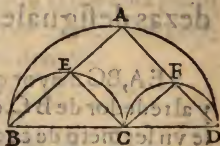
gulos que eſtan en ſemejantes ſegmẽtos ſon iguales entreſi luego los angulos de los ſegmentos BEC CED. ſeran iguales entreſi, mas las coſas que ſe mirã debaxo de

† 7. ſupoſic. iguales angulos parecen iguales, † por lo qual pueſto el ojo en el puncto E, igual parecera BC. a CD. aunque es mayor que ella, luego abra vn comun lugar de donde las grandezas deſiguales parecen iguales.

THEOREMA 50.

Algunos lugares ay, deſde los quales vna grandeza compueſta de dos grandezas deſiguales, parece igual ã cada vna de las grandezas deſiguales.

SEA, BC. mayor que CD. y al rededor de cada vna dellas deſcriuanſe ſemicirculos, y tambien ſobre toda la linea BD. y porq̃ el angulo BAD. es igual al angulo BEC. que eſta en el ſe



† 31.1. elem. micirculo † por ſer cada vno dellos recto, luego igual parece BC. a BD. y ni mas ni menos BD. a CD. pueſtos los ojos en los ſemicirculos BAD. CFD. por lo qual abra algunos lugares de los quales vna grandeza compueſta de dos grandezas deſiguales parece igual a cada vna de las deſiguales grandezas.

THEO-

THEOREMA
51.

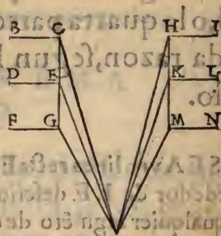
Hallar lugares deſde los quales vna meſma grandeza parezca, menor la mitad, o la quarta parte, y preciſamente en la dada razon, ſegun la qual ſe corta el angulo.

SEA vna linea recta EF. y al rededor de E F. deſcriuaſe vn qualquier ſegmẽto de circulo, y en el hagaſe el angulo E G F. y tomeſe B C. igual a EF, y al rededor de B C. deſcriuaſe vn ſegmento de circulo que reciba vn angulo el qual ſea la mitad del angulo EGF. † pues porque el angulo EGF. es duplo del angulo B D C. luego pueſtos los ojos en las circunferencias EGF. B D C. parecera EF. dupla de BC. † 33.3.*elem.*

THEOREMA
52.

Entre las grandezas que pueſtas junto al ojo en vna meſma linea recta, ſe mueuẽ con igual preſteza, la vltima parecera q̃ vâ delãte de todas las demas, pero ſi ſe mudaren al

ren al contrario, la que antes yua delante, parecera quedarſe atras, y la que ſe quedaua atras parecera que va delante.



MVEVANSE con igual preſteza B C. D E. F G. y ſalgan del ojo A, los rayos viſuales A C. A E. A G. y porque A C. eſta mas a mano derecha y mas alto entre los rayos viſuales q̃ ſalen del ojo A, luego B C parecera yr delãte de todas las demas. † pero ſi ſe mouieren al cõtrario de tal manera que B C. D E. F G. ſe muden ſobre HI. KL. MN. y ſalieren los rayos viſuales A H. A K. A M. entre todos eſtos rayos viſuales que ſalen del ojo A, parecera mas a mano derecha A M. † y mas a mano izquierda A H. † y entõces MN. parecera yr delante, y HI quedarſe atras, por lo qual B C. que antes yua delante parecera quedarſe atras, y F G. que antes ſe quedaua atras puesta en MN. parecera yr delante.

† 10. *ſupoſic.*

† 10. *ſupoſic.*

† 11. *ſupoſic.*

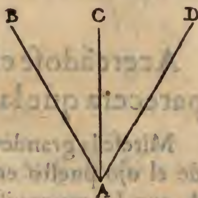
THEOREMA 53.

Entre las coſas que ſe mueuen con deſigual preſteza hazia dõde ſe mueue el ojo

las

las que van con igual presteza que el ojo parece que estan quedas, y las que se mueuen con menos presteza, parece que van hazia la parte contraria, y las que se mueuen con mayor presteza, parece que van de lante de las demas.

Mueuãse cõ desigual presteza B.C.D. y mueuase B, con menos presteza q̃ las demas, y C, con igual presteza que el ojo A, y D, con mas presteza que C, y del ojo A, salgan los rayos visuales A B, A C. A D. pues si agora el ojo A, se mouiere hazia donde se mueuen B. C. D. la grandeza C, que se mueue cõ igual mouimiento

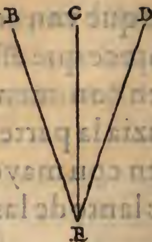


que el ojo, parecera que se esta queda, y B, parecera que se buelue hazia atras, y D, por mouerse con mas velocidad que C, parecera que va hazia delante, porque siempre se yra apartando mas de la grandeza C.

THEOREMA 54.

Si mouiendose algunas grandezas vna se estuuiere queda, esta tal parecera que se mueue hazia la parte contraria.

Mueuanſe las grandezas B.D. y eſte ſin mouerſe C, y del ojo E, ſalgan los rayos viſuales EB.EC.ED.mouiēdoſe pues B, acercarſe ha mas a C, y D,apartarſe ha mas,y por eſto C,parecera que va hazia la parte contraria.



THEOREMA 55.

Acercādoſe el ojo a vna coſa que mira, parecera que la coſa q̃ mira ſe augmenta.

Mireſe la grandeza BC. deſde el ojo pueſto en el puncto A, con los rayos viſuales A B. A C. y acerqueſe agora mas el ojo ala grādeza B C.poniēdo ſe en D, y mireſe BC.cō los rayos viſuales DB.DC.y porque el angulo D,es mayor que el angulo A, † y aquellas coſas q̃ ſe miran debaxo de mayor angulo parecen mayores, † luego B C. parecera augmentarſe mas quando el ojo eſta en D,que quando eſta en A.

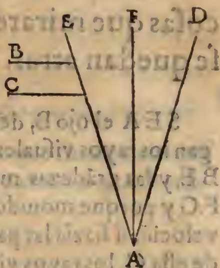
†21.1.*elem.*
†5.*ſupoſic.*



THEOREMA 56.

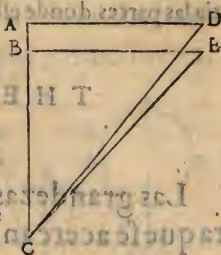
Entre

Entre las grandezas que se mueuen con igual presteza, las que estan mas lexos parece que se mueuen mas tarde.



Mueuanse con igual presteza las grandezas B, C, hazia las partes D, y salgan del ojo A, los rayos visuales A E. A F. A D. y porque los rayos visuales que van del ojo A, a la grandeza C, son menores que los que van a la grandeza B, luego C, andara menos distancia, y parecera que va con mayor presteza, porque llegara mas presto al rayo visual AD.

DE OTRA MANERA.

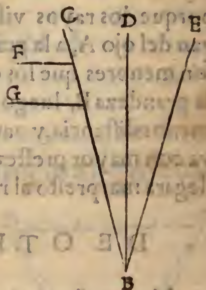


Mueuanse con igual presteza los pũctos A, B, por las lineas rectas paralelas A D. B E. luego andarlas han con igual presteza y en igual tiẽpo, sean pues iguales A D. B E. y salgan del ojo C, los rayos visuales C A. C D. C E. y porque el angulo B C D. es menor que el angulo BCE: † luego menor parecera la distãcia A D. que la distancia BE. por lo qual mas tarde parecera mouerse A, que B. †11.*com.no.* 1.*elem.*

THEOREMA 57.

Mouiendoſe el ojo con velocidad las coſas que mirare de lexos le parecera que ſe quedan atras.

SEA el ojo B, del qual ſalgan los rayos viſuales BC. BD. B E. y las grãdezas miradas ſeã F.G. y porque mouido el ojo cõ velocidad hazia las partes donde eſta C, los rayos viſuales paſſaran mas preſto la grandeza F, que la grandeza G. luego F, parecera quedarſe atras, y G, yr hazia la parte contraria, que es hazia las partes donde eſta E.

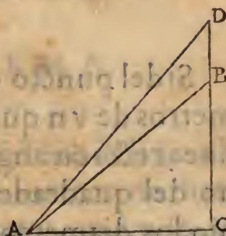


THEOREMA 58.

Las grandezas augmentadas parecera que ſe acercan al ojo.

Mirese la grandeza B C. cõ los rayos visuales A B. A C. y augmentese BC. con BD. y del ojo A, salga el rayo visual AD. y porq̃ el angulo DAC. es mayor q̃ el angulo B A C. y aquellas cosas que se miran debaxo de mayor angulo parecen mayores † luego mayor parecera C D. que C B. mas las cosas que parecen mayores al ojo parece que se augmentan, luego las grandezas augmentadas parecera que se acercan mas al ojo.

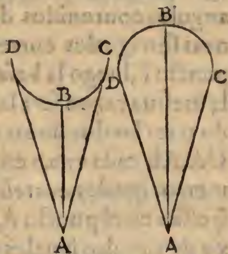
† 5. *suposic.*



THEOREMA 59.

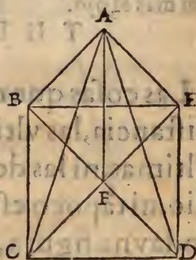
Las cosas que no estando en vna mesma distancia, las vltimas no son paralelas a las vltimas, ni las de en medio a las de en medio, ni tãpoco estã en vna linea recta, hará toda vna figura, ora cõcaua, ora cõuexa.

Mirense B.C. D. desde el ojo puesto en A, y salgan del los rayos visuales A B. A C. A D. parecera pues que toda la figura es concaua, mudense agora las cosas que se miran de tal manera que B, este mas cerca del ojo, y parecera ansi toda la figura conuexa.



THEOREMA 60.

Si del puncto donde ſe cortan los diametros de vn quadrado ſe leuantare vna linea recta en angulos rectos ſobre el plano del quadrado, y en ella ſe puſiere el ojo, los diametros, y los lados, pareceran iguales.



SEA vn quadrado B D. y tirenſe los diametros B D. C E. y del puncto F, tireſe en angulos rectos ſobre el plano del quadrado la linea recta F A. † y pongaſe el ojo en A, y ſalgan del los rayos viſuales AB. AC. AD. AE. y porque las dos lineas rectas FD. FA. ſon iguales a las dos FB. FA. y los angulos contenidos deſtas lineas ſon iguales entreſi cōuiene aſaber los q̄ eſtan enel puncto F, luego la baſa DA. ſera igual ala baſa AB. † por la meſma razon ſera la baſa CA. igual a la baſa AE. ſiendo pues las dos lineas rectas D A. A B. iguales a las dos CA. AE. cada vna, a cada vna, y ſiēdo aſsi meſmo los diametros iguales entreſi ſeran tābien iguales los angulos q̄ eſtan en el puncto A, † mas las coſas que ſe mirā debaxo de angulos iguales parecen iguales † luego los diametros

† 12. 11. el.
4. 1. elem.
† 8. 1. elem.
† 7. ſupoſic.

metros y los lados del quadrado iguales pareceran entresi.

THEOREMA 61.

Si el rayo visual que saliere del ojo a la intersecacion de los diametros, no fuere perpendicular al plano del quadrado, ni fuere igual a alguna de las lineas que van desde esta intersecacion a los angulos del quadrado, ni hiziere angulos iguales cō ellas, los diametros pareceran desiguales.

Lo mesmo que sucede en los circulos demostraremos tambien aqui.

Fin de la Perspectiua de Euclides.

LA ESPECVLARIA DE EVCLIDES TRADVZIDA EN LENGVA CASTELLANA.

Por Pedro Ambrosio Onderiz criado de su Magestad.

EN MADRID.
En casa de la viuda de Alonso Gomez
Año. M.D.LXXXIIII.

AL LECTOR.



VIENDO tratado Euclides del primer modo q̃ ay de verque es el mas efficaz por herir mas derechamente los rayos visuales en la cosa visible, viene a tratar agora del segũdo modo que es el que se haze por la reflexion, para lo qual se ha de aduertir que ay tres modos de ver. El primero, es el que se haze por lineas rectas de que ya se ha tratado en el precedente libro con demostraciones euidentes, y necessarias. El segũdo, es el que se haze por la reflexion de qualquier espejo plano, Espherico, Cilindrico, y estos, o cõcauos, o cõuexos. El tercero y vltimo, es el q̃ resulta de la refracion de las formas visibles por la diuersidad de los medios, como por el ayre debaxo del agua, o del vidro, y este vltimo, y el segundo tienen entresi gran simpatia, por hazerse ambos a dos con cuerpos diaphanos o transparentes. Pero dexãdo a parte el primero, y el vltimo, assi por auerse ya discurrido del primero como por no hazerse menciõ del vltimo

timo en este tractado venimos al de en medio que es el que se haze por la reflexion de los espejos, por el qual se descubren grandes secretos de naturaleza, y se hazen cosas que parecen sobre naturales muchas de las quales se podran alcançar con la noticia deste libro, y la especulacion del, solo resta aduertir q̃ pues su Magestad ha introduzido esta verdadera sciẽcia en nuestra España donde en tiempo antiguo fue tan exercitada, que aquellos que mejor pudieren se den a ella, pues alcançando la conoceran el gran prouecho, y gusto que en ella esta escondido.

La eſpecularia de Euclides,

SVPOSICIONES.

1. Supongaſe que el rayo viſual es vna linea recta cuyos medios cubren los eſtremos.

2. Toda coſa viſible ſe vê por linea recta.

3. Si vn eſpejo ſe collocare en vn plano, y ſobre el tal plano ſe leuantare en angulos rectos vna qualquiera altura, hagaſe que la proporcion que tiene la linea que eſta entre el que mira, y el eſpejo, ala linea que eſta entre el eſpejo, y la altura leuantada, eſſa meſma tenga la altura del que mira, a la altura que eſta en angulos rectos ſobre el plano del eſpejo.

PHENOMENOS.

1.

Si en los eſpejos planos ſe puſiere el ojo 4.
ſobre aquel lugar donde cae la perpendicular tirada deſde la coſa viſible al eſpejo, la tal coſa no ſe vera.

2.

Si en los eſpejos conuexos el ojo ocupa 5.
re el lugar ſobre que cae la linea recta tirada de la coſa viſible al centro de la eſphera, la tal coſa no ſe vera.

3.

Lo meſmo ſera en los eſpejos cõcauos. 6.

4.

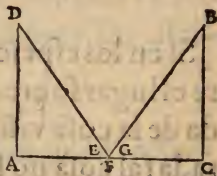
Si alguna coſa ſe echare en vn vaſo, y 7.
deſpues ſe apartare el vaſo haſta tal diſtancia q̃ deſde ella la meſma coſa no ſe pueda ver, hinchendoſe el vaſo de agua, la tal coſa ſe vera deſde la meſma diſtancia.

THEOREMA

I.

En los espejos planos, concauos, y conuexos, los rayos visuales reflecten con angulos iguales.

SEA el ojo B, y el espejo plano A C. y tirado el rayo visual BF. haga la reflexion en el puncto D, digo que el angulo E, es igual al angulo G. tirense al espejo las perpendiculares B C. D A. y porque es como B C. a CF. asi



†3. *diff.* DA. a AF. por la diffinicion, †luego el triangulo BCF. sera semejante al triangulo D A F. y por esso el angulo E, sera igual al angulo G. porque los triangulos semejantes tambien son equiangulos. †

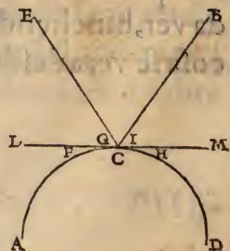
† 1. *dif.* 6. *el.*

EN EL ESPEIO CONVEXO.

SEA el espejo conuexo ACD. y el rayo visual B C. reflecta en el puncto E, digo que el angulo FG. es igual angulo HI. porque si se applicare el espejo plano LM. sera el angulo G. igual al angulo I, †y es el angulo F, igual al angulo H, † porque estan en el tocamien-

†1. *par. deste theor.*

†16. 3. *elem.*

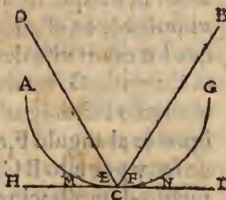


luego

to luego todo el angulo F G. ſera igual a todo el angulo H I.

EN EL ESPEIO CONCAVO.

SEA el eſpejo concauo A C G. y el rayo viſual B C. haga la reflexion en el puncto D, digo q̃ el angulo E, es igual al angulo F, porque poniendo el eſpejo plano H I. ſera el angulo E M. igual al angulo F N. † mas el angulo M, es igual al angulo N, † luego el angulo reſtante E, ſera igual al angulo reſtante F.

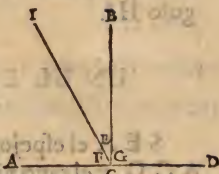


† 1. *Parte de ſte theo.*
† 16.3. *elem.*

THEOREMA 2.

Si cayendo el rayo viſual ſobre qualquier eſpejo hiziere angulos iguales, en ſi meſmo hara la reflexion.

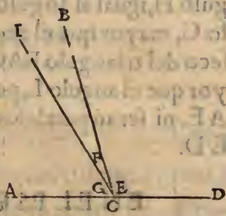
SEA el eſpejo plano ACD. y el ojo ſea B, del qual ſalga el rayo viſual B C. de tal manera q̃ haga los angulos F. E. iguales al angulo G, digo que ſi hiziere reflexion el rayo viſual B C. que la hara en ſi meſmo, q̃ es en B, porque ſino reflecta ſi es poſsible en el pũcto I, y porque los rayos viſuales reflecten con angulos iguales† ſera el angulo G, igual al angulo F, y ha ſe moſtrado que el angulo FE. es igual al angulo G, luego el angulo F E. igual es al angulo F, el mayor al menor, lo qual no puede ſer, y por eſto B C. en ſi meſmo hara la reflexion. Eſta meſma demoſtracion ſirue tambien a los eſpejos concauos y conuexos.



† 1. Th. ſpe.

THEOREMA 3.

El rayo viſual que cayendo ſobre qualquier eſpejo, no hiziere angulos iguales, ni reflectira hazia ſi meſmo, ni hazia el angulo menor.



SEA el eſpejo plano ACD, y ſalga el rayo viſual BC. que haga el angulo E, mayor que el angulo FG. digo que ſi reflectiere el rayo viſual B C. que ni reflectira hazia ſi meſmo, ni hazia el angulo F G. porque ſi ſe reflectiere hazia B C. ſera el angulo E, igual al angulo F G. † lo qual es abſurdo pues el angulo E, ſe puſo mayor que el angulo F G. y ſi reflectiere hazia I, ſera el angulo E. igual al angulo G, † mas puſo ſe tambien mayor q̃ el, por lo qual BC. reflectira hazia el mayor angulo E. y anſi ſe podra cortar del angulo mayor, vno igual al menor, † eſta meſma demoſtracion ſeruira para los eſpejos concauos, y conuexos.

Por la prece.

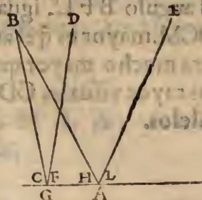
†1. *Th. ſpec.*

†23.1. *elem.*

T H E O R E M A.

4.

Los rayos viſuales que hazen reflexiõ en los eſpejos planos, y conuexos, ni concurriran entre ſi, ni ſeran paralelos.



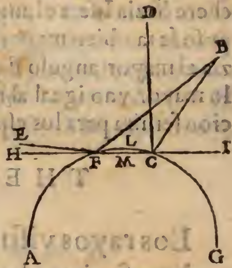
SEA el eſpejo plano AG. y el ojo ſea B, y los rayos viſuales que reflecten ſean B G D, BAE. digo que los rayos viſuales GD. AE. ni ſeran paralelos ni concurriran hazia las partes D.E. porque Siendo el angulo C. igual al angulo F, † y el angulo

†1. *Th. ſpec.*

gulo H, igual al angulo L, y siendo assi mesmo el angu
†16.1.elem. lo C, mayor que el angulo H, † por ser angulo estrinseco del triangulo BAG. sera tambien el angulo C, mayor que el angulo L, por lo qual los rayos visuales GD. A E. ni seran paralelos, ni concurriran hazia las partes E D.

EN EL ESPEIO CONVEXO.

Seael espejo cóuexo AFCG. y el ojo sea B, y los rayos que hazen reflexion sean B C D. BFE. digo que C D. F E. ni seran paralelos, ni concurriran hazia las partes E D. tirese la linea recta FC. y estiendase de vna y otra parte, y porque el angulo BCG. es igual al angulo DCL. porque los rayos visuales reflecten con angulos

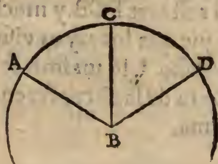


†1.Th.spec. iguales, † sera el angulo D C M. mayor que el angulo
†16.1.elem. B C I. mas el angulo BCI. es mayor q̃ el angulo B FM. † y el angulo BFM. es mayor que el angulo EFA. por ser el angulo B F L. igual al angulo EFA. luego el angulo DCM. mayor es q̃ el angulo EFA. y asi el angulo DCM. sera mucho mayor que el angulo E F H. por lo qual los rayos visuales CD. F E. ni concurriran, ni seran paralelos.

THEOREMA
5.

Si en los espejos concauos se pusiere el ojo en el centro, o en la circunferencia o fuera de la circunferencia, que es entre el centro, y la circunferencia, los rayos visuales reflexos concurriran.

SEA el espejo concauo ACD. y el centro de la esphera sea B, y pongase el ojo B, y desde B, tirense a la circunferencia los rayos visuales BA.BC.BD. y porque los angulos puestos en los punctos A,C,D, son iguales entre si † por estar en semicirculos luego los rayos visuales BA. BC.BD. haziendo reflexion, haran la en si mesmos como esta demostrado, † por lo qual necessariamente concurriran en el puncto B.

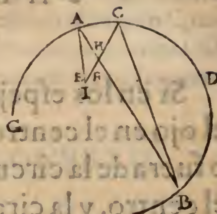


† 16.3.el.

† Th. 2.spe.

DEL OIO EN LA
circunferencia.

SEA el eſpejo concauo ACDB. y el ojo ſea B, el qual ſe ponga en ſu circũferencia, y del ojo B, ſalgã los rayos viſuales BC. BA. los quales refle ctan en los punctos E.F, y porque el ſegmento ACB. es mayor que el ſegmento CDB. ſera el angulo BAC. mayor

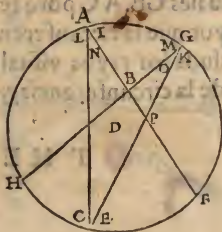


† 31.3. *elem.* que el angulo BCD. † y aſsi el angulo EAG. por el primer theorema ſera mayor q̃ el angulo FAC. luego los dos angulos BAC. EAG. ſeran mayores q̃ los dos angulos BCD. FCA. por lo qual el reſtãte BAE. ſera menor que el reſtante FCB. y mucho menor que FHB. de donde ſe ſigue que los rayos viſuales CF. AE. concurriran en el puncto I, lo meſmo ſe demoſtrara ſi el ojo ſe puſiere fuera de la circunferencia como en el ſiguiente theorema.

THEOREMA 6.

Si en los eſpejos concauos ſe puſiere el ojo entre el centro y la circunferencia, los rayos viſuales reflexos a vezes concurriran, a vezes no.

SEA el espejo concauo A G. y su centro D, y pongase el ojo en el puncto B, entre el centro, y la circunferencia y los rayos visuales B A. B G. reflectan enlos pūctos C. E. y estiendanse estos rayos hasta el espejo, y seā AF. GH. y por q̃ el rayo visual AF. puede ser mayor, o menor, o igual al rayo visual G H. sea lo primero



igual, sera pues la circunferencia AGF. igual a la circunferencia GAH. y por esto el angulo I, sera igual al angulo k, por ser iguales entresi los angulos q̃ estan en iguales segmentos de circulos, mas los dos angulos I. L. son iguales alos angulos M. K. por ser angulos de reflexiō † luego el restante angulo N. sera igual al restante angulo O, y assi el angulo P, sera mayor q̃ el angulo N, porque siendo el angulo P, mayor que el angulo O, en ser exterior del triangulo BGP. y el angulo O. igual al angulo N, sera el angulo P, mayor q̃ el angulo N, pongase comun el angulo NPE. y sucedera que reflexos los rayos visuales GE, AC. concurriran hazia C E. lo mesmo sucedera si el rayo visual A F. fuere mayor que el rayo visual GH. porque los dos angulos L. I. seran mayores q̃ los dos angulos M. K. y por esso el angulo O, sera mayor que el angulo N, y el angulo P, mayor que el mesmo angulo N, mas si el rayo visual A F. fuere menor q̃ G E. sera por la mesma razon el angulo N, mayor que el angulo O, y es el angulo P, mayor que el angulo O, luego nada impide a que el angulo P, sea igual al angulo N.

† 1. *Th. spe.*

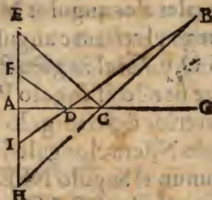
 lo N.

lo N, o menor que el para que concurran los rayos visuales GE. A C. porque ora la circunferencia AF. sea mayor que la circunferencia G H. ora sea igual a ella, sin duda los rayos visuales reflexos concurriran dentro de la circunferencia, y no en ella, ni fuera della.

THEOREMA 7.

En los espejos planos las alturas, y las profundidades, parecen al contrario.

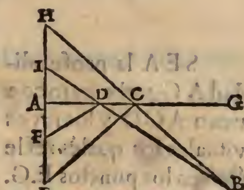
SEA la altura A E. y el espejo plano A G. y el ojo sea B, del qual salgan los rayos visuales. B.C. BD. que reflectan en los punctos E. F. pues si estos rayos visuales se alargaren por linea recta el puncto E, que esta arriba parecera que esta abaxo en H, y el puncto F, que esta abaxo parecera que esta arriba en I, y assi pareceran al contrario.



OTRA DEMOSTRACION de la profundidad.

SEA

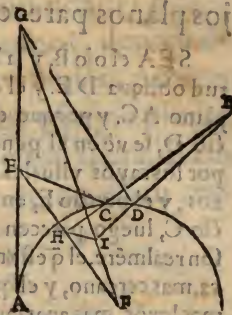
SEA la profundidad E A. y el espejo plano A C. y el ojo sea B, y sean finalmente los rayos visuales, BC.BD. los quales reflectan enlos punctos F.E. y alargados como en la passada, hasta los punctos H. I. parecera el puncto E, que esta abaxo, estar enlo alto enel puncto H, y el puncto F, que esta mas alto, parecera estar abaxo en el puncto I.



THEOREMA 8.

Las alturas, y las profundidades, en los espejos conuexos, parecen al contrario.

SEA la altura A G. y el espejo conuexo A C D, y los rayos visuales B C. B D. que reflectan en E.G. y porque esta demostrado que los rayos visuales no concurriran, † lo demas demuestrese como en los espejos planos. †.

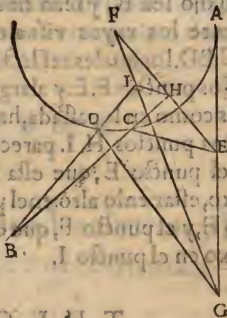


† *Th.3.spec.*

† *Th.prec.*

DE LA PROFVNDIDAD.

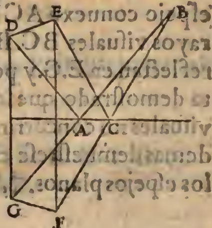
SEA la profundidad A G. y el eſpejo conuexo A C D. y los rayos viſuales los quales reflecten en los punctos E.G. ſean B D G. B C E. lo demas ſe demueſtre como en los eſpejos planos. †The. prec.†



THEOREMA.

Las longitudines obliquas en los eſpejos planos parecen como eſtá realmente.

SEA el ojo B, y la longitud obliqua D E. y el eſpejo plano A C. y porque el puncto D, ſe vê en el puncto A, por los rayos viſuales reflexos, y el puncto E, en el puncto C, luego parecen como ſon realmẽte, el q̃ eſta mas cerca, mas cercano, y el que eſta mas lexos, mas apartado.



THEOREMA
10.

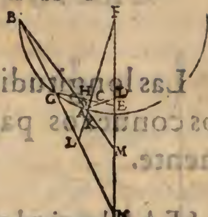
Las longitudines obliquas en los espe jos conuexos parecen como estan realmente.

SEA la longitud obliqua DE. y el ojo sea B, y el espejo conuexo A G. y los rayos visuales los que reflecten en los punctos D, E, lo demas se demuestre como en la passada.

THEOREMA
11.

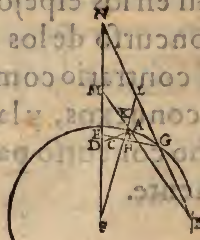
Las alturas, y las profundidades que estan en los espejos concauos, dentro del concurso de los rayos visuales, parecen al contrario como en los espejos planos, y conuexos, y las que estan fuera del dicho concurso parecen como estan realmente.

SEA el espejo concauo A G. y el ojo sea B, y los rayos visuales reflexos BA. B G. que cõcurran en el pũcto C, y las alturas sean HI. DE. de las quales HI. este dẽtro del concurso que hazen los rayos visuales en el puncto C. y DE. este fuera del mesmo concurso, y porque estendidos los rayos visuales como en los espejos planos, y conuexos. el puñcto H, parece en el puncto L, y el puncto I, en el puncto K, luego parecen al reues de como estan, lo qual es al contrario en la altura D E. que esta fuera del tal concurso, porque el pũcto D, parecera en el puncto M, y el puncto E, en el puncto N, y assi parecẽ de la mesma manera que estan.



DEMOSTRACION DE LA profundidad.

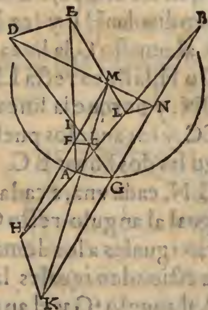
SEAN de nueuo las profundidades DE. I H. y el espejo concauo A G. y el ojo sea B, y los rayos reflexos que cõcurren en el puncto C, sean B G E. B A D. alargados pues estos rayos visuales los punctos I. H. pareceran al contrario porque el puncto I, parecera en el puncto K, y el puncto H,



cto H, en el puncto E, como en los espejos planos, y conuexos, lo qual es differente en los punctos D, E, porque parecē dela mesma manera que estan, el puncto D, inferior, enel puncto M, y el puncto E, superior, enel puncto N.

THEOREMA 12.

Las longitudines obliquas que en los espejos concauos, estan puestas entre el concurso de los rayos visuales parecē asi como estan, y las que estan fuera del tal concurso, parecen al contrario.



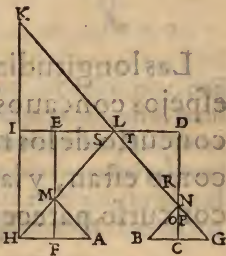
SEAN las longitudines obliquas D E. F C. y el espejo concauo A G. y el ojo sea B, y los rayos visuales reflexos q̄ concurren en el puncto I, seā BAE. BGD. y este la longitud obliqua F C. dentro del concurso I, y DE. este fuera del, y asi los punctos F, C, se veran en su sitio natural, como en los espejos planos, y cōuexos y los punctos D, E, pareceran al contrario, porque el puncto E, parecera en el puncto A, y el puncto D, en el puncto G.

THEOREMA

13.

Vna mesma cosa se puede ver con muchos espejos planos.

SEA la cosa que se ha de ver A, y el ojo sea B, y sean tres espejos planos C D. D E. E F. y tirese la perpendicular B C. del pũcto B, al espejo plano C D, y pongase igual a ella C G. y tirese de la mesma suerte del puncto A, al espejo F E, la perpendicular A F. y hagase igual a ella F H. y del puncto H, tirese el espejo D E. la perpendicular H I. y sea I k. igual a I H. y tirese del puncto k, al puncto G, la linea recta k L G. y del puncto L. al puncto H, la linea recta L M H. y juntense finalmente A M. B N. y porque la linea recta B C. es igual a la linea recta C G. y los angulos puestos en el puncto C, son rectos, luego las dos lineas B C. C N. seran iguales a las dos G C. C N. cada vna, a cada vna, y es el angulo recto B C N. igual al angulo recto G C N. luego los demas angulos se



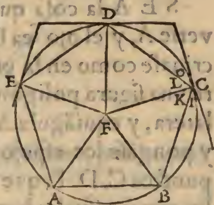
† 4. 1. *elem.* ran iguales a los demas angulos † debaxo de los quales se estienden iguales lados, conuiene a saber el angulo B, al angulo G y el angulo O, al angulo P, mas el angu-
†15. 1. *elem.* lo P, es igual al angulo R, porque entrambos estan a la vertice, luego el angulo R, sera igual al angulo O, y por

por esto el rayo visual BO reflectira hazia el pũcto L,† demas desto, porque la linea recta H I. es igual a la linea recta I k, y los angulos puestos enel puncto I, son rectos sera el angulo S, igual al angulo T, de donde se sigue que el mesmo rayo visual BOL. reflectira hazia el puncto M, por la mesma razon, el mesmo rayo visual reflectira en el puncto A, por ser el angulo FMA. igual al angulo EML. lo qual se puede demostrar, como se hizo en los demas angulos, por lo qual el rayo visual que sale del ojo B, vera el puncto A, por tres espejos planos que son CD. DE. EF. †1. Th. spe.

THEOREMA 14.

Vna mesma cosa se puede ver por qualesquier espejos planos, con que se descriua vn poligonio equilatero, que exceda en dos lados, al numero de los espejos.

SEA la cosa que ha de verse A, y el ojo sea B, y juntese la linea recta A B. y sobre ella descriuase vna figura poligonia equilatera, y equiãgula† que tenga dos lados mas que no son los mesmos espejos, y sea la tal figura poligonia, ABCDE. y tomese el centro †14. 4 el.

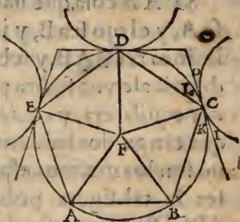


†1.3.elem. del circulo descripto al rededor della, † el qual sea F, y desde el tirense las lineas rectas FA.FB.FC.FD.FE.que vayan hasta los angulos, yponganse los espejos planos de tal manera que hagan angulos rectos con las lineas tiradas del centro, y porque el angulo KI.es igual al angulo L O.por ser cada vno dellos recto, y el angulo L, es igual al angulo k, luego el restãte angulo I, sera igual al restante angulo O, por lo qual la reflexion del rayo †1.Th.spec. visual BC.se hara en el puncto D, † porque las reflexiones se hazen con angulos iguales, de la mesma manera se demostrara ser iguales entresi los angulos que estan en D.E.punctos delos espejos, de donde se sigue que el rayo visual que sale del ojo B, despues de auer caydo en todos los espejos llegara reflectiendo finalmẽte al puncto A.

THEOREMA 15.

Vna mesma cosa se puede ver con qualesquier espejos, o concauos, o conuexos.

SEA la cosa que ha de verse A, y el ojo sea B, y descriuase como en la precedente vna figura poligonia equilatera, y equiãgula ABCDE. y pongãse los espejos en los punctos C. D. E, que es dõde los rayos visuales hierẽ, y porque el angulo I, es igual al an



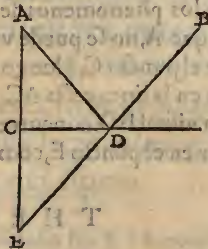
gulo

gulo O, † y el angulo K, al angulo L, luego todo el angulo KI. sera igual a todo el angulo L O. por lo qual el rayo visual B C. reflectira del espejo conuexo C, en D, y de D, en E, y de E, en A, de donde se sigue q̃ vna mesma cosa se podra ver por qualesquier espejos, o conuexos solamente, o concauos sola mente, o mixtos. †15.3 *elem.*

THEOREMA 16.

En los espejos planos, cada vna de las cosas visibles se vê en la perpendicular tirada de la cosa visible al espejo.

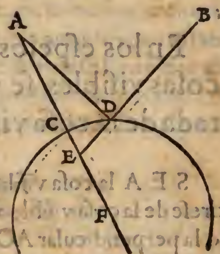
SEA la cosa visible A, y tirese de la cosa visible al espejo la perpendicular AC. y porque se supuso en los phenomenos que el pũcto A, no se puede ver desde el pũcto C, † luego A, verse ha en algun puncto de la linea AC. y vese tambien en algun puncto del rayo visual B D. verse ha pues en el puncto E, porque segun la primera diffinicion, recto es aquello cuyos medios cubren los estremos, por lo qual A E. B E. seran lineas rectas. † 4. *dif. espe.*



THEO-

THEOREMA 17.

En los espejos conuexos cada vna delas cosas visibles, se vê en la linea recta, tirada de la cosa visible, al cẽtro de la esphera.



SEA el espejo conuexo CD. y el ojo sea B, y el rayo visual BD. el qual reflecta en A, y sea F, centro de la esphera, cuya porcion es el espejo DC. y juntese la linea AF. y estiendase el rayo visual BD. hasta el puncto E, y porque en los phenomenos se supuso que A, no se puede ver desde el puncto C, † luego verse ha en la linea recta AC. y en aquella parte donde el rayo visual BD. concurre con la linea AC. conuiene a saber en el puncto E, como en los espejos planos.

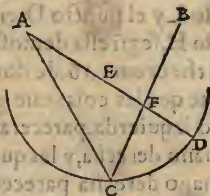
† 5. *dif. spec.*

THEOREMA 18.

En los espejos concauos, cada vna de las cosas visibles, se vê en la linea recta tirada de la cosa visible, al cẽtro dela esphera.

SEA

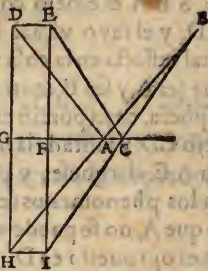
SEA el eſpejo concauo CD. y el rayo viſual BC. el qual reflecta en la coſa viſible que ſea A, y ſea E, centro de la eſphera, cuya porciõ es el eſpejo CD. y juntada la linea recta A E. alarguese, y porque en los phenomenos ſe ſupuſo que A, no ſe puede ver deſde el ojo pueſto en D. † luego verſe ha en al gun puncto de la linea recta A E. de donde ſe ſigue que ſe vera en el puncto F, que es donde la linea recta AE. concurre con el rayo viſual B C. † 6. *dif. ſpec.*



THEOREMA 19.

En los eſpejos planos las coſas q̃ eſtan a mano derecha, parecen eſtar a mano izquierda, y las que eſtan a mano izquierda parecen eſtar a mano derecha, y la imagẽ parece igual a la coſa viſible, y la vna, y la otra, diſtan igualmente del eſpejo.

SEA el eſpejo plano AG. y el ojo ſea B, y los rayos viſuales B A. BC. los quales reflectan en la coſa viſible E D, deſde la qual al eſpejo ſe tiren las perpendiculares EF. DG. y alarguenſe, y eſtiendanſe tambien los rayos viſuales BA. BC. haſta que concurran con las perpendiculares en los punctos H. I. y junteſe la linea recta I H. y



parecera el puncto E, en el puncto I. y el puncto D. en el puncto H, segũ esta demoſtrado en el theorema .16. de donde ſe ſigue que las coſas que eſtã a mano izquierda. pareceran eſtar a mano derecha, y las que eſtan a mano derecha pareceran eſtar amano izquierda, y porque el angulo ICF. es igual al angulo FCE. y ſon rectos los angulos pueſtos enel pũcto F, luego la linea recta FI. ſera igual a la linea recta FE. †por la meſma razõ la linea recta DG. ſera igual a la linea recta G H. por lo qual la diſtãcia en q̃ la coſa viſible ED. diſta del eſpejo ſera igual a la diſtãcia en q̃ la imagen IH. diſta del meſmo eſpejo, y la coſa viſible E D. es igual a la imagẽ IH. por ſer la linea recta EF. igual a la linea recta FI. y DG. a G H. y por eſtar la linea recta GFC. en angulos rectos ſobre cada vna dellas.

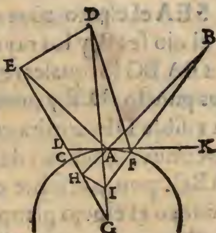
†26.1.*elem.*

THEOREMA 20.

En los eſpejos conuexos las coſas que eſtan a mano izquierda, parecẽ eſtar a mano derecha, y las que eſtan a mano derecha, parecen eſtar a mano izquierda, y la imagen eſta mas cerca del eſpejo, que la coſa viſible.

SEA

SEA el eſpejo conuexo CAF. y ſea G, el centro de la eſphera cuya porcion es el eſpejo, y ſea el ojo B, y los rayos viſuales B A.B F. los quales reflectan en la coſa viſible D E. y del centro G, tirenſe a DE. las lineas rectas G D.G E. y alarguéſe los rayos viſuales B A.B F. haſta los punctos H, I, y junteſe la linea recta H I. la qual ſea imagen de la coſa viſible D E. parecera pues el puncto E, en H, y D, en I, por lo qual las coſas de a mano derecha pareceran a mano izquierda, y las de a mano izquierda pareceran a mano derecha, digo tambiẽ que EC. es mayor que CH. tireſe por el puncto A, la linea recta LAk. que toque el circulo en el puncto A, y porque B A. A E. hazen angulos iguales con la circunferencia del circulo† por la igualdad de los angulos de la reflexion, y la linea recta LAK. toca el circulo, luego la linea recta LAK. diuidira por medio el angulo E A H. y es el angulo L obtuſo, por lo qual EL. ſera mayor que LH. y por eſto EC. ſera mucho mayor que C H. de donde ſe ſigue que la imagen HI. diſta menos del eſpejo, y que la coſa viſible DE. diſta mas, todo lo qual tambien ſe demoſtrara adelante.

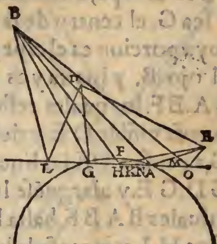


†i. *Th.ſpec*

THEOREMA
21.

En los eſpejos conuexos, las imagines ſon menores que las coſas viſibles.

SEA el espejo cõuexo AFG. y el ojo sea B, y los rayos visua-l s BA.BG. los quales reflectã en los punctos D.E y porque la cosa visible DE. se mira en el espejo conuexo, debaxo del angulo ABG. pongase sobre el espejo cõuexo el espejo plano A G. el qual toque los rayos visuales en los pũctos G.A. seguirse ha pues



q̃ el rayo visual q̃ reflexo del espejo plano ha de ver el puncto E, no sera B A E. por no hazer angulos iguales con el espejo plano, ni tãpoco reflectira desde ninguno delos punctos que ay entre A.G. porque sino reflecta si es possible, y sea el rayo visual B H. sera pues el angulo BHG, igual al angulo EHA. por la reflexion, mas el angulo B H G. es mayor que el angulo BAH.† y el angulo M, es mayor que el angulo E H A. luego el angulo M. sera mayor que el angulo B A H. lo qual es impossible, porque el angulo BAH. es mayor que el angulo M. por ser el angulo B A H. igual a todo el angulo puesto en la circunferencia de donde se sigue que el rayo visual hara la reflexion desde algun pũcto fuera de AG. reflecta pues el rayo visual, y sea BOE. de la mesma manera el rayo visual B L D. caera fuera, por lo qual E D. se vera con mayor angulo en el espejo plano comprehẽdido debaxo de OBL. que en el conuexo, lo qual es al contrario en el espejo plano, pues en el la imagen parece igual a la cosa visible, † de lo qual se manifiesta que en los espejos conuexos, la imagen parece menor que la cosa visible.

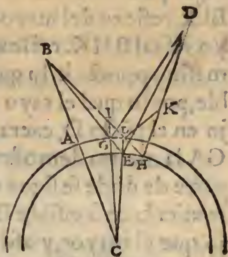
† *16.1.elem.*

† *19.Th.spe.*

THEO-

THEOREMA
22.

En los espejos conuexos que fuerẽ menores, las imagines parecen menores.



Esten al rededor de vn mesmo centro C, dos espejos esphericos cõuexos, vno mayor AG. y otro menor EH. y sea el ojo B, y juntese la linea recta BAC. y desde el vn espejo espherico reflecta ala cosa visible D. el rayo visual BGD. digo q̃ no puede hazerse que el rayo visual reflexo del menor espejo en el puncto D, cayga por el pũcto G, ni por otro ningun pũcto fuera de G, porque si es possible cayga primero por el puncto G, y reflecta desde el menor espejo ala cosa visible D. el rayo visual BED. y jũtese la linea recta CG. que alargada hasta I, cortara el angulo BGD. en dos partes iguales por hazer las lineas BG. GD. angulos iguales en G. puncto de la circunferencia mediãte la reflexiõ,† por la mesma razon la linea recta tirada del pũcto C, al pũcto E, alargãdose cortara por medio el angulo BED. cortelo pues y sea la tal linea CEL. y porque el angulo BGD. es mayor que el angulo BED. † y su mitad es mayor que la mitad del otro, luego mayor sera el angulo BGI. que el angulo BEL. y es tambien menor lo qual es impossible, luego no podra hazerse que el rayo visual reflexo del menor espejo passe por el puncto

† 1. *Th. spe.*

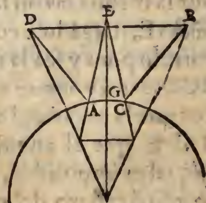
†16.1. *elem.*

G, pōganſe las meſmas coſas y cayga agora fuera de G, el rayo viſual BH. reflexo del menor eſpejo, y corte el rayo viſual B L. el mayor eſpejo en el pūcto L, y ſeguirſe ha que el rayo viſual BLC. reflexo deſde el puncto L, no concurrira con GD. ſegun eſta manifieſto, concurra pues con HD. en el puncto k, luego el rayo viſual BLk. reflexo del mayor eſpejo vera el puncto k, y el rayo viſual B H K. reflexo del menor eſpejo vera tābiē el meſmo puncto k, lo qual eſta demoſtrado ſer impoſsible, por lo qual el rayo viſual reflexo del menor eſpejo en el pūcto D, caera por algun puncto pueſto entre GA la meſma demoſtracion valdra tambiē por la otra parte de dōde ſe ſigue que el angulo B, debaxo del qual ſe mira la coſa viſible D, lo haze menor, el menor eſpejo, que el mayor, y aſsi la imagen dela coſa viſible parecera menor en el menor eſpejo.

THEOREMA 23.

En los eſpejos conuexos, las imagines de las coſas viſibles parecen conuexas.

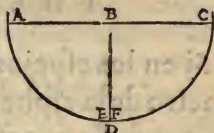
SEA el eſpejo conuexo A C. y el ojo ſea E, y los rayos viſuales E A. E C. los quales reflectan en D B. y el rayo viſual E G. reflecta en ſi meſmo, y torne a E, y porque los rayos viſuales mas largos ſon aquellos que vā a las partes mas remotas, y los que



vañ a las partes de en medio ſon los mas cortos, como el rayo viſual E G. luego mas cerca parecera que eſta del eſpejo el puncto E, y mas lexos los punctos B, D. y por eſto toda la imagen parecera conuexa.

THEOREMA
24.

Si en los eſpejos concauos el ojo ſe pu ſiere en el centro, ſolamente ſe vera a ſi meſmo.



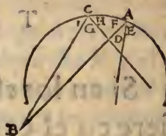
SEA el eſpejo cõcauo A D C. y ſu centro B, y los rayos viſua les BA. BC. BD. y porq̃ el angu lo E, es igual al angulo F. † lue- † 16.3.elem.
go el rayo viſual B D. reflexo tornara al meſmo pũcto B. † lo † 2. Th. eſpe.
meſmo haran los demas rayos viſuales, por lo qual el ojo B, ſolamente ſe vera a ſi meſmo.

THEOREMA
25.

Si en los eſpejos concauos, ſe puſiere el ojo en la circunferencia, o fuera de la cir- cunferencia, el meſmo ojo no ſe vera.

SEA el eſpejo concauo ACB. y pongaſe el ojo enla circunferencia del eſpejo ſobre el pũcto B, y ſalgan los rayos viſuales BA. BC. que hagan reflexion, y porque el angulo D E. es mayor que el angulo F, y el angulo GH. mayor que el angulo I, luego los rayos viſuales BA. BC. no reflectiran en el ojo B, porque ſi reflectieran

ſtieran en el ojo B, los angulos que hazen los rayos viſuales con la circunferencia en los pũctos A.C. fueran iguales entreſi lo meſmo ſe demoſtrara que ſucede, ſi el ojo ſe puſiere fuera de la circunferencia del eſpejo, porque el meſmo ojo no ſe vera a cauſa de no hazerſe en el las reflexiones.

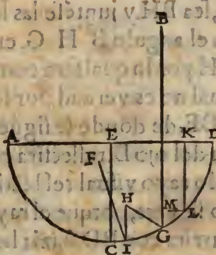


THEOREMA 26.

Si en los eſpejos cõcauos ſe tirare el diametro de la eſphera, y deſde el centro ſe ſacare vna linea recta en angulos rectos, y el ojo ſe puſiere en la vna, o la otra parte del diametro, ninguna coſa vera, de las q̃ eſtan en la meſma parte que el, conuiene a ſaber de aquellas que eſtan, o dentro del diametro, o fuera del diametro, o en el meſmo diametro.

SEA el eſpejo concauo ACD. y el diametro de la eſphera cuya porcion es el meſmo eſpejo AD. y ſu centro ſea E, deſde el qual ſe leuante la linea recta EC. que haga angulos rectos con AD. y eſte el ojo B, fuera del diametro, y ſea el rayo viſual BG. luego ref lectiẽdo

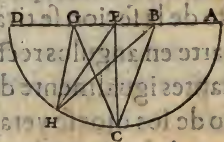
dõ el rayo visual BG. ni reflectira en el puncto B, ni en el pũcto E, porque reflecte con angulos iguales, de la mesma manera si el ojo se pusiere dẽtro del diametro como en el puncto H, o en el mesmo diametro, como en el puncto k, los rayos reflexos HG. KL. vernan a I F. L M. por lo qual el ojo no vera ninguna de las cosas que estan hazia la mesma parte del diametro dõde el tãbien está, ni de las que estan en el mesmo diametro, ni delas que estan fuera, ni dentro del diametro.



THEOREMA 27.

Si en los espejos concauos se pusiere los ojos sobre el diametro, de tal manera que disten igualmente del cẽtro, ninguno de los ojos se vera.

SEA el espejo cõcauo ACD. cuyo diametro sea AD. y su centro E, del qual se leuante en angulos rectos la linea recta E C. y estẽ los ojos B. G. igualmẽte distantes del centro E, y sea el rayo visual BC, que reflecta en el puncto G. y porque los rayos visuales reflectẽ con angulos iguales † ningũ otro rayo reflectira en el pũcto G, mas si es possible auer alguno que reflecta en



† 1. *Th. spec.*

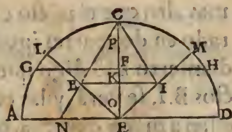
G,sea BH.y juntése las lineas rectas HG. HE.y diuidirse ha el angulo B H G. en dos partes iguales con la linea
† 3. 6. elem. EH.por lo qual sera como BH. a HG.assi B E a E G. † lo qual no es verdad por ser BH.mayor q̃ H G.y B E. igual a GE. de donde se sigue que ningun rayo visual que salga del ojo B, reflectira en G,fuera de BC. por lo qual vn solo rayo visual reflectira en el vno y el otro ojo, y G, no se vera,porque el rayo visual BC.a largado nunca cõcurrira con BD.hazia las partes C, D,pues segũ se ha demostrado las imagines delas cosas visibles parecen en aquel lugar donde el rayo que sale del ojo concurre con
† Theor. 18. la linea tirada, † ni tampoco el rayo visual GC. cõcurrira con GA. hazia las partes en que estan los punctos A, C,porque en los espejos cõcauos las imagines de las cosas visibles se ven en la linea recta que se tira desde la cosa visible al centro del mesmo espejo espherico.

THEOREMA. 28.

Si en los espejos concauos se cortare el semidiametro en dos partes iguales, y desde el puncto de la secion se tiraren lineas de vna y de otra parte en angulos rectos, y los ojos estuuieren distantes igualmente del medio diametro, ninguno de los ojos se vera, ora esten entre el diametro, y la linea tirada en angulos rectos, ora esten en la misma linea, que haze angulos rectos con el semidiametro.

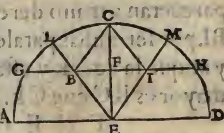
SEA

SEA el espejo cócauo ACD. cuyo diametro sea A D.y el cẽtro E, del qual tirada en angulos rectos E C, cortese por medio en el pũcto F, y tirese la linea recta GFH.q̃ este en angulos rectos con E C.y esten los ojos B, I, entre el diametro A D: y la linea G H,a la qual sea paralela BI.y esten los ojos BI.igualmente distã tes del semidiametro E C.y sea finalmẽte el rayo visual BC.que reflectiendo en el puncto I, hara angulos iguales con la circunferencia por ser la linea GH. paralela a la linea BI. y ser BK.igual a K I. juntense E B.EI.y alarguense,y alarguese tambien la linea BC. hasta el puncto N,y porque BC.es mayor que B E sera el angulo O,mayor que el angulo P. † por lo qual el angulo CBI. sera mayor que el angulo IBE.ó que el angulo BIE.de donde se sigue que no concurriran BC.IE.y ansi I,no se vera,porque si auia de verse auia de ser donde concurren las lineas BC.IE. † Pógãse de nueuo las mesmas cosas q̃ arriba,y esten los ojos BI. en la linea que corta por medio, y en angulos rectos el semidiametro, la qual es GH.y porq̃ BC.es igual a BE.y C I. a I E.luego BC.sera paralela a EI.por lo qual el rayo visual B C. no concurrira con la linea tirada del centro a la cosa visible que es EI.hazia las partes dõde estan los pũctos I. C.y assi el ojo I, no se vera, porque si se auia de ver, auia de ser donde concurren las lineas BC.EI.



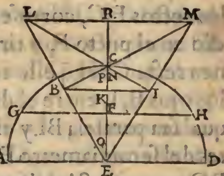
† 19. 1. *elem.*

† 18. *Th. esp.*



SEAN finalmente todas las demas cosas q̃ en la precedente figura,y pongãse los ojos BI. en lugar que este

mas alto que el pũcto en que el medio diametro es cortado en dos partes iguales, y disten igualmẽte del semi diametro EC. digo que los pũctos B.I, se verã, y las cosas que estan a mano derecha, parecerã estar a mano izquierda, y las q̃ estan a mano izquierda, parecerã estar a mano derecha, y que la imagen parecera mayor q̃ la figura, y q̃ estara mas lexos del espejo que la figura, sea el rayo visual que ha de reflectir B C. y del cẽtro E, a los pũctos B.I, tirense las lineas rectas EB. E I. y alarguese BC. y porq̃ el semidiametro EC. esta cortado por medio en el puncto F. luego mayor es BE. que BC. y por esso el angulo P, es mayor q̃l angulo O, † mas el angulo P, es igual al angulo N, luego el angulo N, mayor es q̃ el angulo O, por lo qual las lineas EB. IC. alargadas concurriran, concurrirã pues en el puncto L. por la mesma razon las lineas BC. EI. alargadas concurriran en el puncto M. de donde se sigue q̃ I, parecera en M, y B, en L, y las cosas de a mano derecha pareceran a mano izquierda, y las de a mano izquierda pareceran a mano derecha y L M. parecera mayor que BI, por ser ambas paralelas, y asi la imagen parecera mayor que la figura, y estara mas lexos del espejo, porque mayor es RC. que C k.



†19.1.*elem.*

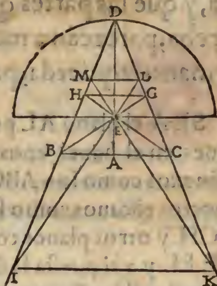
THEOREMA. 29.

Si los ojos se pusieren fuera del diametro las cosas que estan a mano derecha, pareceran a mano derecha, y las que estan a mano izquierda, pa

re-

receran a mano izquierda, y la imagen, parecera menor que la mesma figura, entre la figura y el espejo.

SEAN los ojos BC. y el centro del espejo sea E, y tirese la linea A E D. en angulos rectos con el mesmo diametro, y tirese la linea BAC. que haga angulos rectos con la linea A E D. y sea AC. igual a AB. y el rayo visual BD. reflecta en C, y por el centro E, tirense BEG. CEH. y tirese del puncto H. al puncto G, la linea recta H G. y parecera



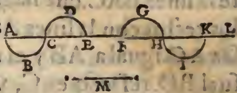
el puncto B, en el punto G, y el puncto C, en el puncto H. por lo qual las cosas de a mano derecha, pareceran a mano derecha, y las de a mano izquierda a mano izquierda, y la imagen H G. parecera menor que la figura B C. por ser H G. paralela a B C. y la mesma imagē parece en el lugar que esta entre la figura y el espejo, mas si la figura se alexare del espejo la imagen parecera aun menor, sea Ik. la mesma figura que era en BC. y este semejante situada, y seguirse ha q̄ la linea tirada del puncto I, al cētro E, alargādose caera mas arriba de G, como en L, y la linea tirada del puncto k, al pū cto E, alargandose caera sobre el puncto H, en el pūcto M. por lo qual la imagen de la I k. es ML. y ML. es menor que HG. y esta mas cerca del espejo.

THEOREMA

30.

Vn eſpejo ſe puede fabricar de tal manera que parezcan en el muchas figuras, vnas mayores, y otras menores, vnas mas lexos, y otras mas cerca, y que las partes que eſtan en ellas a mano derecha, parezcan a mano derecha, y las que eſtan a mano izquierda, parezcan a mano izquierda.

SEA el plano AL. podran ſe pues en el hazer vnos eſpejos cõuexos como ſon ABC. H Ik. y otros cõcauos como ſõ CDE. FGH. y otros planos como ſon EE. kL. y a ſi pueſta la figura en el lugar que eſta M, parecerã en los eſpejos planos las imagines iguales igualmente diſtantes del eſpejo, y en los eſpejos conuexos menores, y menos diſtantes, y en los eſpejos concauos mayores, y menores, y mas, y menos diſtãtes como antes ſe demoſtro. †



† *En las dos preced.*

THEOREMA.

31.

En los eſpejos concauos opueſtos al ſol, ſe enciende fuego.

SEA el eſpejo concauo ABC. y el ſol ſea EF. y el centro del eſpejo G, y de algun puncto del ſol como D, tirada la linea DG. al centro G. alargueſe haſta el pũcto B. y cayga el rayo DC. y reflecta en el pũcto K. caera pues el puncto k, ſobre el centro G, porq̃ el angulo H, pueſto en la circunferencia es menor q̃ el angulo BCD. pueſto

en la circunferencia, ſea pues la circunferencia BA. igual a la circunferencia BC. y cayga deſde el puncto D, al eſpejo algun rayo D A. y ſeguirſe ha que el rayo DA. reflectiẽdo caera en k, por ſer la circunferencia A B. igual a la circunferencia B C. de la meſma manera demoſtraremos que todos los rayos que caen deſde el puncto D, al eſpejo, y comprehenden iguales circunferencias concurriran con la linea B G. en vn puncto mas alto que el puncto G.

SE A finalmente el eſpejo cõcauo ABC. y el ſol ſea EDF. y de algun puncto ſuyo D, tireſe por el centro G, la linea recta DGI. y deſde otros pũctos F.E tirẽſe EGC. FGA. y porque demoſtramos que los rayos que caen del puncto D, ande reflectir en ſi meſmos, †por ſer iguales entreſi los angulos H.I. en ſer angulos de ſemicirculo † tãbien el rayo FGA. reflectira en ſi meſmo por ſer iguales entreſi los angulos L.k, y por el conſiguiẽte el rayo EGC. reflectira en ſi meſmo por ſer el angulo M. igual al angulo N, y de la meſma ſuerte todos eſtos reflectiran en ſi meſmos, porque paſſando ellos por el centro G, diuiden el eſpejo en ſemicirculos, y los angulos de los ſemicirculos ſon iguales entreſi por dõde todos eſtos rayos reflectiran con angulos iguales, de dõ-

†2.y.5.ſpec.

†16.3.elem.

de ſe ſigue que ſe reflectiran en ſi meſmos, por lo qual todos eſtos rayos que deſde qualeſquier punctos fueren al centro tornaran, y concurriran en el centro, y aſsi calentandoſe ellos en el centro engendraran fuego, de tal manera que ſi alli ſe puſiere eſtopa ſe encendera.

Fin de la Eſpecularia de Euclides.

EN MADRID.

En caſa de la viuda de Alonſo Gomez.

Año. M. D. LXXXIIII.